



Direccion General de Computo y de
Tecnologias de Informacion y Comunicacion



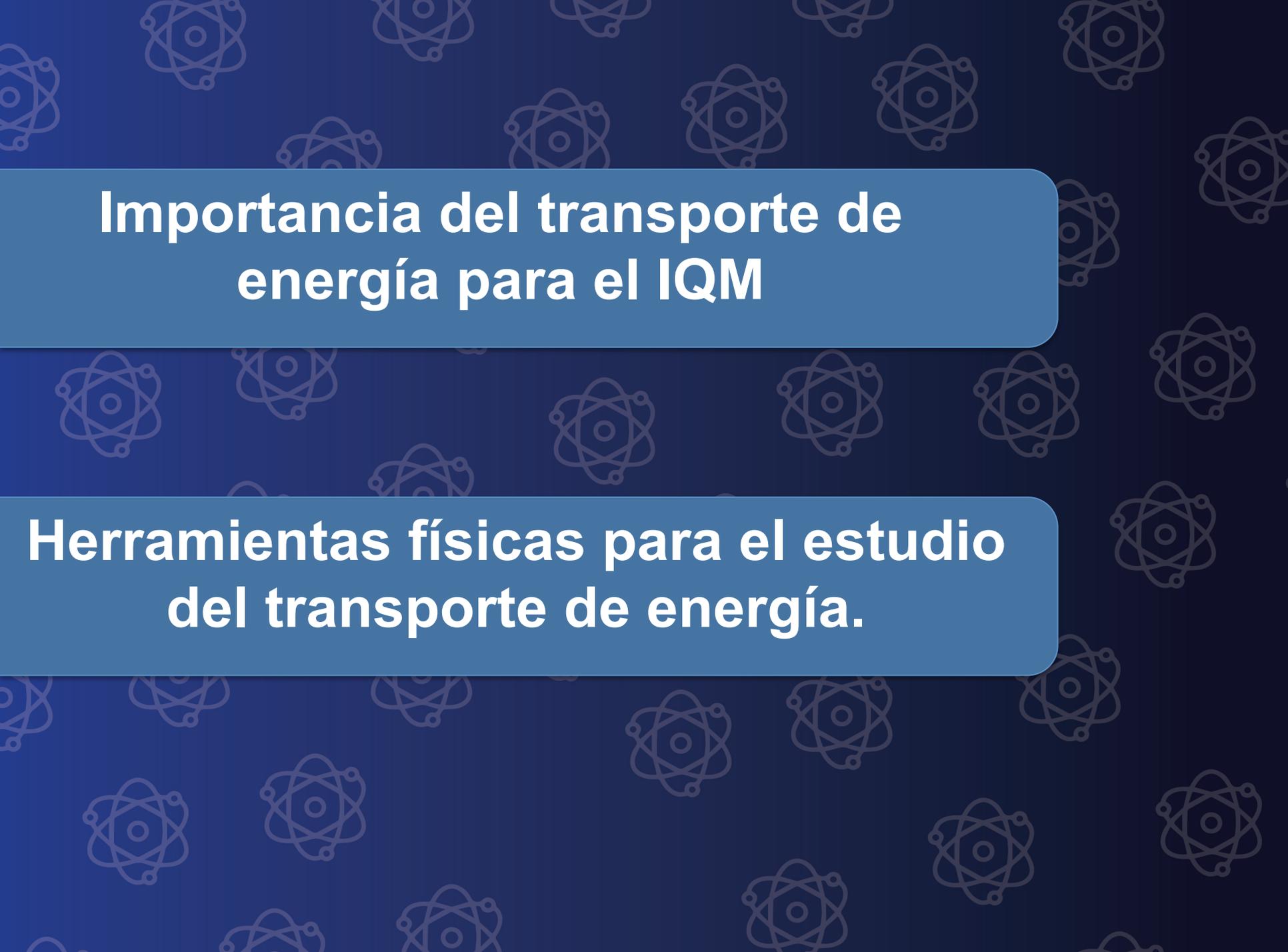
CURSO: TRANSFERENCIA DE ENERGÍA

Doctor Rafael Fernández Flores

Trabajo realizado con el apoyo del
Programa UNAM-DGAPA-PAPIME
PE110517



INTRODUCCIÓN



Importancia del transporte de energía para el IQM

Herramientas físicas para el estudio del transporte de energía.

PROBLEMA

¿Cómo generalizar las ecuaciones de conservación de energía y momento al caso de un fluido en movimiento?



OBJETIVOS

1 Comprender la importancia de la transferencia de energía para el Ingeniero Químico Metalúrgico.

2 Comprender la diferencia entre el enfoque **Euleriano** y **Lagrangiano** en la descripción del movimiento de un fluido.

3 Entender la ecuación de balance de cantidad de movimiento como una generalización a un medio continuo de la 2ª ley de Newton.

4 Entender la ecuación de balance de energía en estado no estacionario, como una generalización a un medio continuo de la 1ª ley de la termodinámica.





**IMPORTANCIA DE LA
TRANSFERENCIA DE ENERGÍA
PARA EL INGENIERO QUÍMICO
METALÚRGICO.**

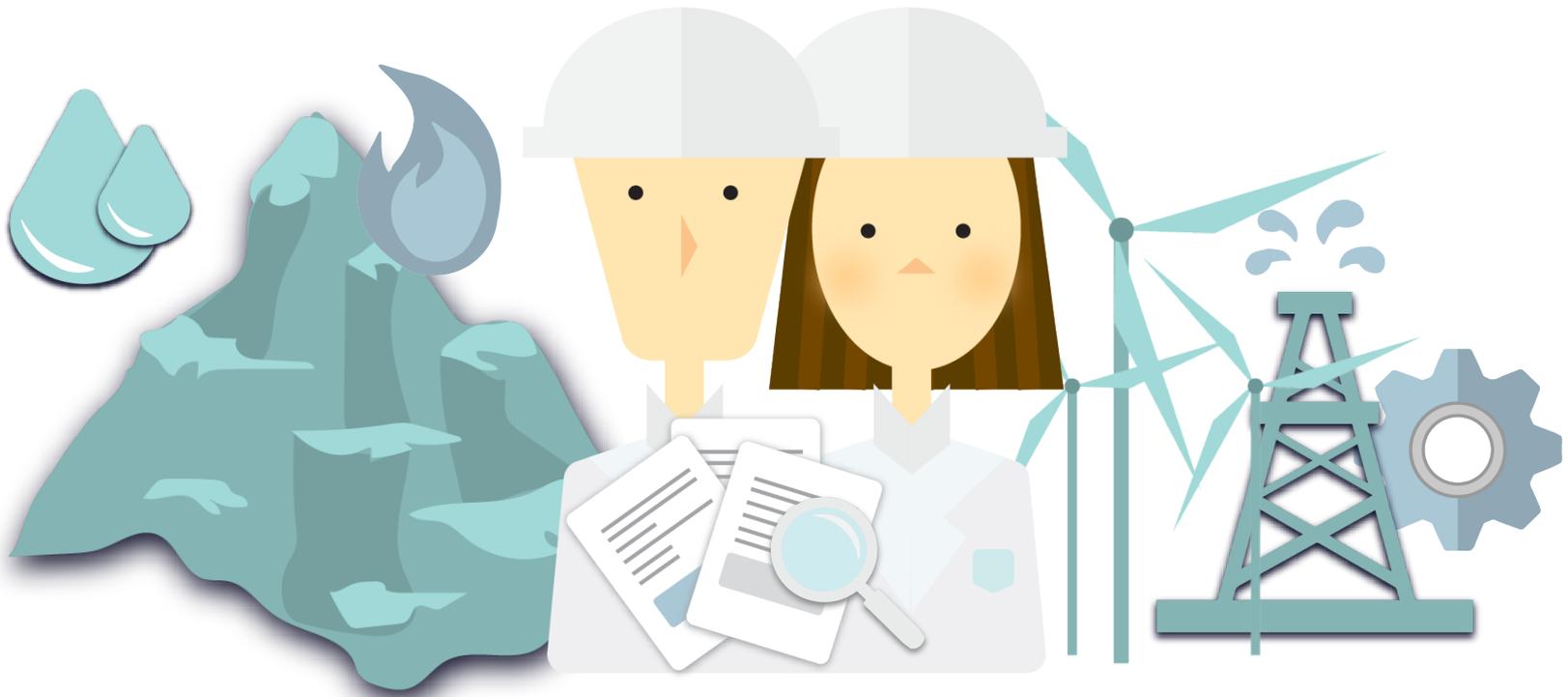
**GENERALIZACIÓN DE LAS LEYES
DE LA FÍSICA DE LA PARTÍCULA A
LAS DEL MEDIO CONTINUO**

Enfoques **Euleriano** y **Lagrangiano**
para el estudio de los fluidos.

Ecuación general de transferencia de
energía.

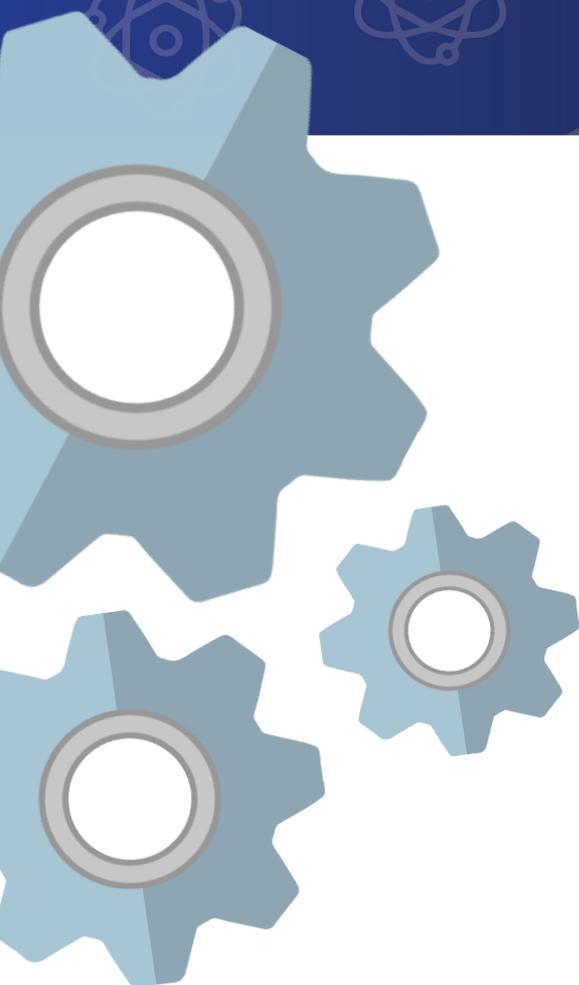
MENÚ

¿Qué es un ingeniero?



Es el **eslabón** entre la **materia prima** y el **producto terminado**

Proceso productivo



Extracción del mineral en mina subterránea

Profundidad: 700 m

Masa: 480 toneladas (7 horas)

$$\begin{aligned} \text{Energía} &= (4.8 \times 10^5 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)(7 \times 10^2 \text{ m}) \\ &= 3.2 \times 10^9 \text{ J} \end{aligned}$$

Transporte

CAT 789D

Potencia: 1566 kW

Horas al día de trabajo: 7 h

$$\text{Energía} = (1.56 \times 10^6 \text{ W})(25200 \text{ s}) = 3.9 \times 10^{10} \text{ J}$$

Proceso productivo

Molienda

Molino con una potencia de 245 kW

h/día: 7 h

$$\text{Energía} = (245000 \text{ W})(25200 \text{ s}) = 6.2 \times 10^9 \text{ J}$$

Flotación

Una bomba multifase de 12 kW para la inyección de oxígeno

h/día = 7 h

$$\text{Energía} = (12000 \text{ kW})(25200 \text{ s}) = 3 \times 10^8 \text{ J}$$

Fundición

Horno de arco eléctrico: 380 kW

h/día = 7 h

$$\text{Energía} = (3.8 \times 10^5 \text{ W})(25200 \text{ s}) = 9.5 \times 10^9 \text{ J}$$

Ejemplos de procesos relacionados con el acero:

- Fusión de la carga en un horno eléctrico de arco
- Solidificación de acero líquido en un molde estático
- Colada continua de acero líquido
- Laminación de palanquillas de acero
- Tratamiento térmico de un componente de acero
- Soldadura de componentes de acero

Otros procesos

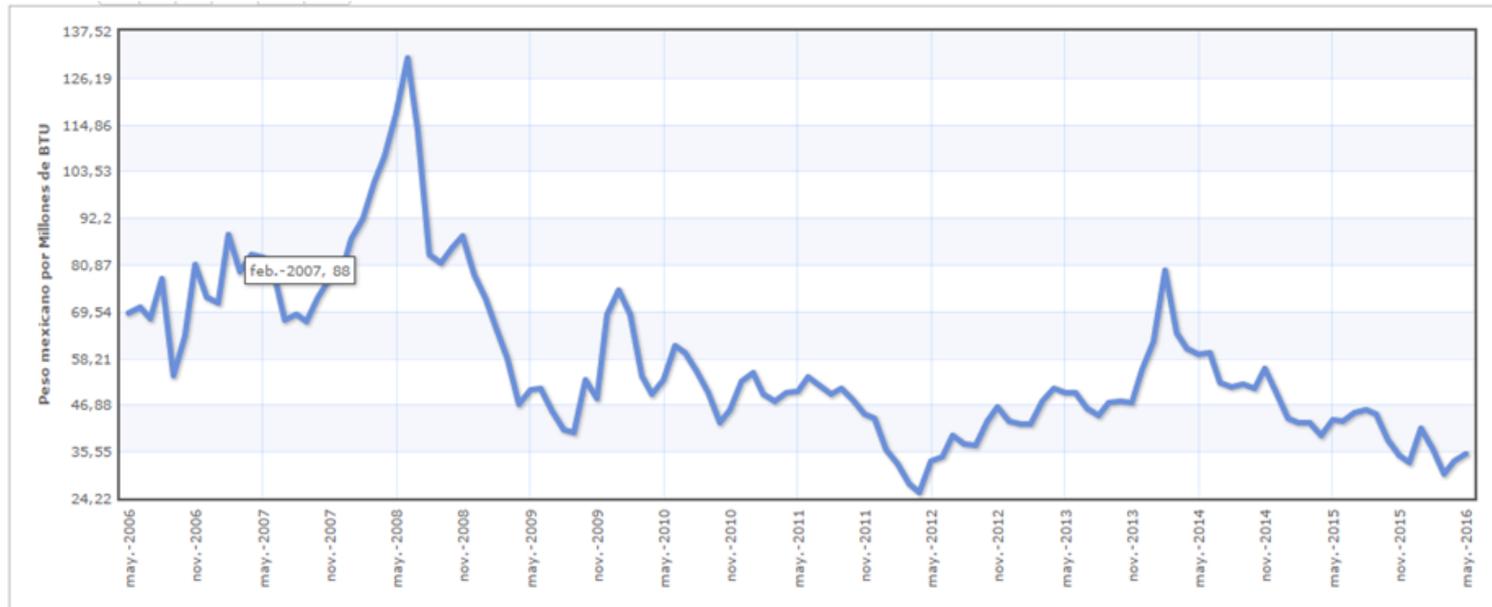
Los costos de los procesos

La energía es dinero...

Y el trabajo del ingeniero es
ahorrarlos



Los costos de los procesos



Los **BTUs** son unidades de energía.

Un BTU es la cantidad de energía necesaria para aumentar 1 grado Fahrenheit, la temperatura de 1 libra de agua, en condiciones atmosféricas normales.

Un BTU equivale a **252 Cal** y a **1054.85 Joules**.



La energía para el ingeniero

La energía se utiliza para llevar a cabo distintos procesos:

- Domésticos:
Calefacción de alguna habitación cocinado de alimentos
- Industriales:
Elaboración y transformación de diferentes productos, entre ellos diferentes metales.

Optimizar el uso de la energía en los diferentes procesos, se traduce directamente en una disminución de costos.

En el de las industrias, les permitirán ser más competitivas



En donde vendan Gas Natural.

La gráfica anterior está tomada de un informe del FMI, sobre el precio del gas natural.

Cada pie cúbico de gas produce, al quemarse 1.03 millones de BTU.

Existen alternativas energéticas: Solar, eléctrica, nuclear, gasolinas, eólica...



¿Dónde se compran BTU's?

Unidades

DEFINICIÓN DE CALORÍA.

Una caloría es la cantidad de energía necesaria para aumentar 1 grado centígrado (14.5 a 15.5 C) la temperatura de 1 gramo de agua, en condiciones atmosféricas normales.

En el SI de unidades la unidad de energía es el Joule (La energía gastada para desplazarse un metro en contra de una fuerza efectiva de un Newton). Joule midió en el laboratorio el “equivalente mecánico del calor” $1 \text{ Cal} = 4.186 \text{ J}$

Ejemplo.

Consumo de energía domiciliaria

La televisión consume $100 \text{ W} = 0.1 \text{ kW}$.

La televisión está prendida 3 horas diarias, en un mes de 30 días son 90 horas totales.

Para calcular los kW h se multiplica el consumo por el tiempo que está encendido el electrodoméstico.

$$0.1 \text{ kW} \times 90 \text{ h} = 9 \text{ kW h}$$

Después se multiplican los kW h obtenidos por el precio de cada uno.

$$9 \text{ kW h} \times \$ 0.793 = \$ 7.137$$

Electrodoméstico	Televisión
kW	0.1
Uso (h/día)	3
Horas al mes	90
kW h	9
De acuerdo al precio proporcionado por la CFE. Categoría: básico Precio: 0.793/ kW h	
Total	\$ 7.137

Ejemplo

En una libra de agua hay 453.59 gramos, por lo tanto para elevar un grado centígrado una libra de agua hacen falta 453.59 calorías. Como además cada grado centígrado es $\frac{9}{5}$ de grado Farenheit, es necesario multiplicar por $\frac{5}{9}$ las 453.59 calorías, para obtener el valor de un BTU, expresado en calorías.

$$1 \text{ BTU} = \left(\frac{5}{9}\right) 453.59 = 252 \text{ Cal} = 1054.85 \text{ J.}$$

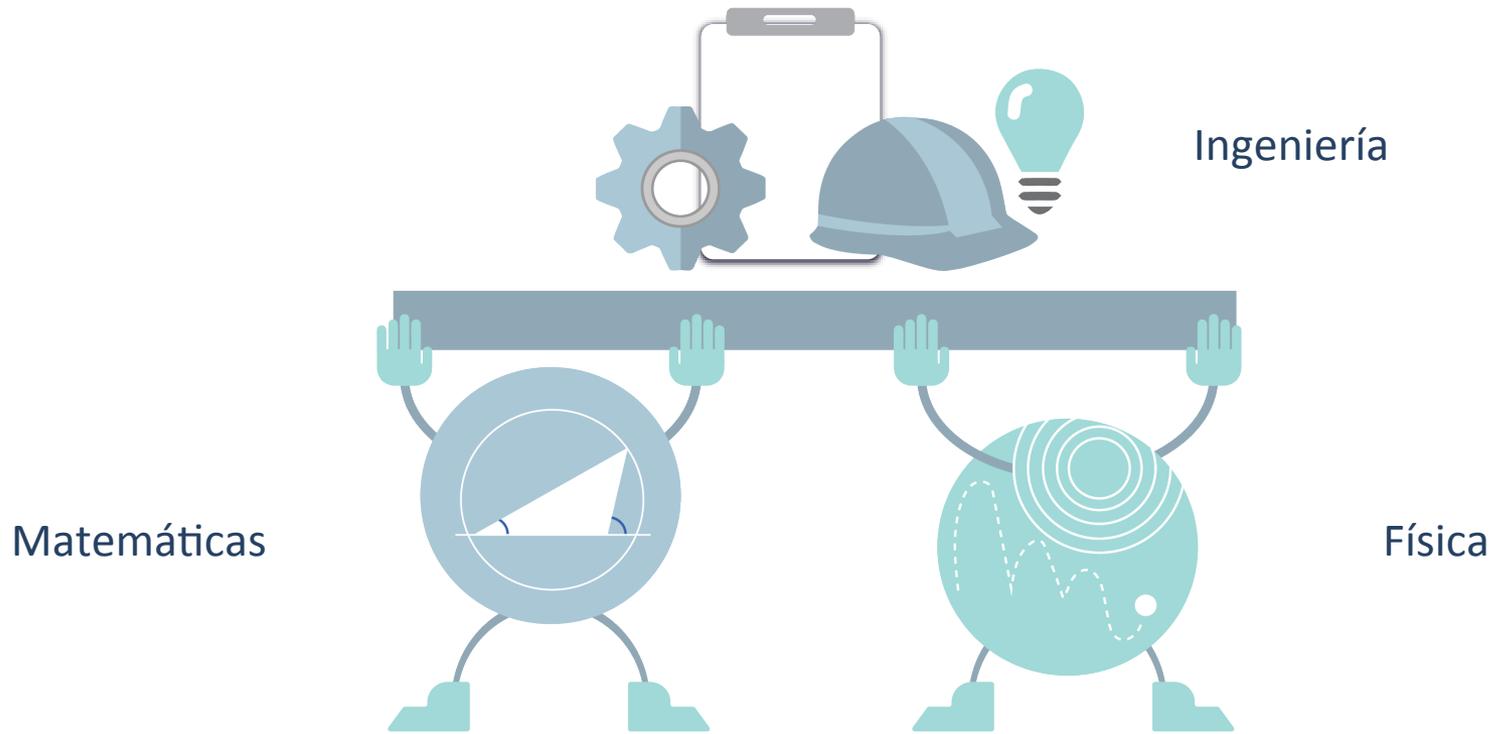
Fue **Benjamin Thompson (Conde de Rumford)** quien primero se dio cuenta de que el calor no era un fluido dentro de un cuerpo, sino energía que se generaba por la fricción.



Fue **Sadi Carnot** quien demostró que no todo el calor puede convertirse en energía mecánica. Existe un límite a esa conversión



La energía para
el científico



Para hacer buena Ingeniería se requiere conocer las leyes de la física:

- Mecanismos de transferencia de calor.
- Balance de energía,
- Balance de cantidad de movimiento,
- Balance de masa.

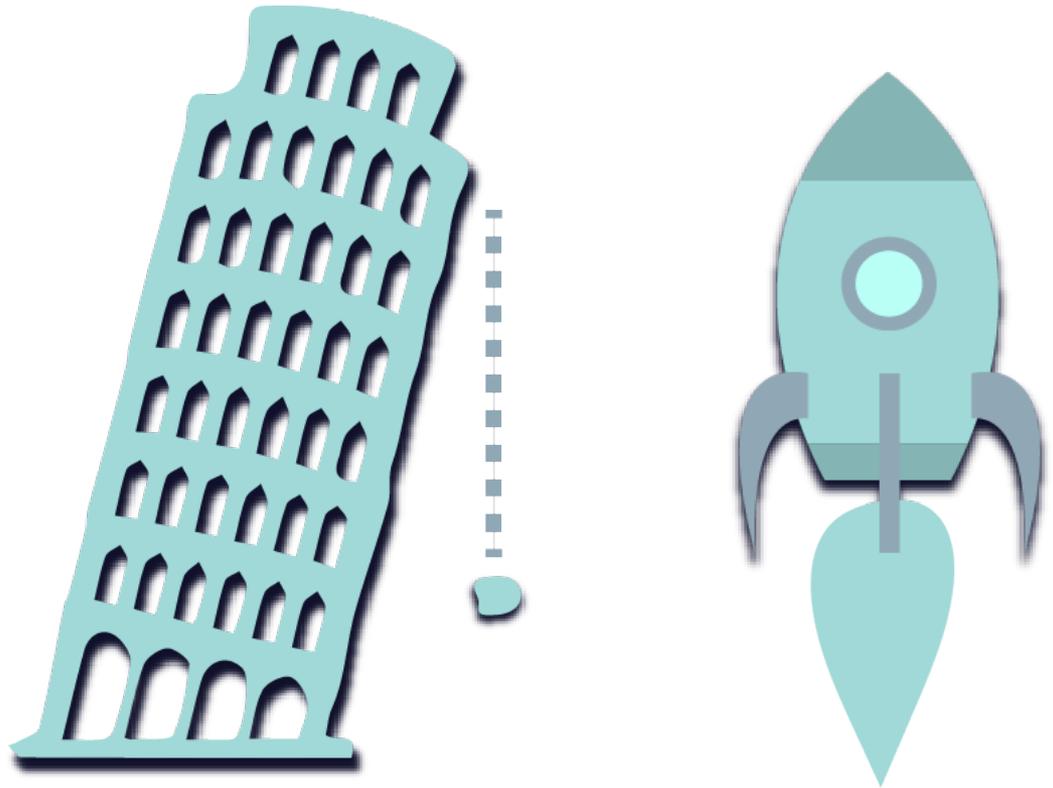
Para expresar esas leyes se requiere un lenguaje matemático: campos escalares y vectoriales, cálculo de varias variables...



GENERALIZACIÓN DE LAS LEYES DE LA FÍSICA DE LA PARTÍCULA A LAS DEL MEDIO CONTINUO

**ECUACIONES DE
BALANCE PARA UN
FLUJO EN
MOVIMIENTO**

(Partícula y medio continuo)



El medio continuo es una idealización. Sabemos que existen, como decía Demócrito, los átomos y el vacío



Física de la partícula

Conservación de la
masa

$$M = \text{Cte.}$$

Conservación de la
energía

$$E_c + E_p = \text{Cte.}$$

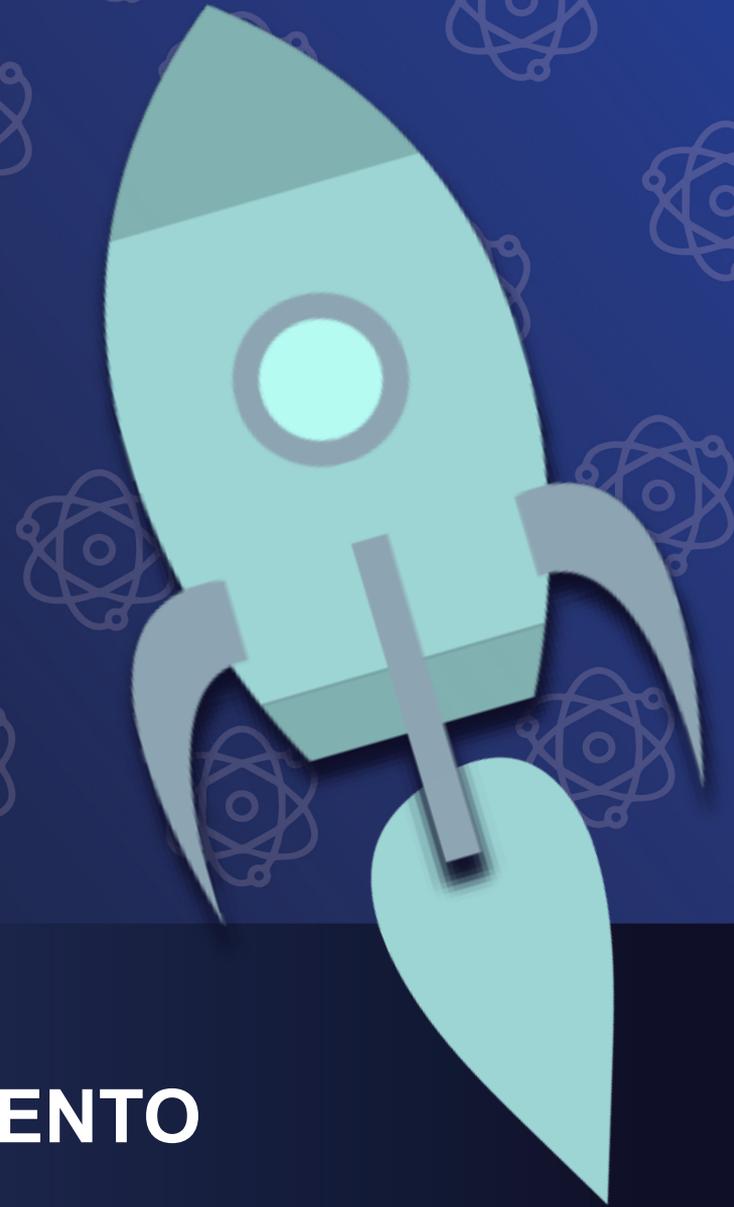
Conservación del
momento.

$$dp/dt = \text{Cte.}$$

**ECUACIONES DE CONSERVACIÓN
PARA PARTÍCULAS (DISCRETO)**

Física del medio continuo.

Conservación de la masa	?
Conservación de la energía	?
Conservación del momento.	?



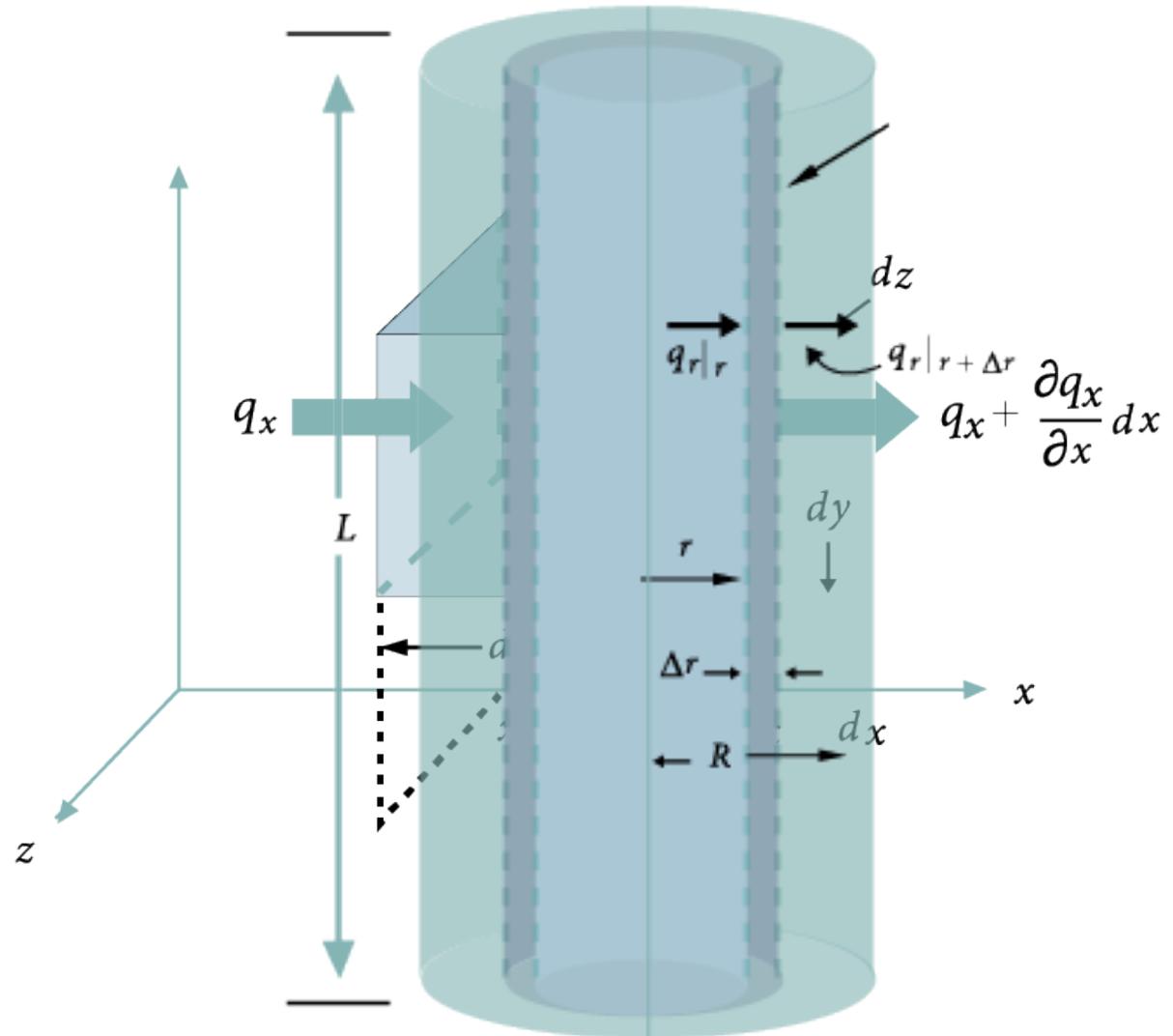
ECUACIONES DE BALANCE PARA UN FLUJO EN MOVIMIENTO (Medio continuo)

La generalización, al caso de un medio continuo de las ecuaciones de conservación de masa, energía y momento se obtienen mediante el balances de la magnitud física de interés en un volumen de control.

BALANCE DE MASA, ENERGÍA Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO

BALANCE. VOLÚMEN DE CONTROL

Es la zona en la que se analiza la cantidad o rapidez con la que entra, sale o se genera, la propiedad bajo estudio. Dependiendo la geometría puede ser un cubo, un cilindro o alguna otra figura.



BALANCE DE MASA (ecuación de continuidad)

BALANCE DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO (ecuación de Navier-Stokes)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) = 0$$

$$\nabla \cdot \rho = 0$$

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\nabla P - [\nabla \cdot \tau] + \rho g$$

Se llama la derivada material ó total

La ecuación también admite simplificaciones.

En casos particulares

Para poder describir el movimiento de las partículas hay que darse un marco de referencia.

Existen dos posibilidades:

- El enfoque de Lagrange
- El enfoque de Euler

Lagrange “persigue” a las partículas (marcaje hombre a hombre).

Euler se fija en una región del espacio (marcaje por zona).

¿CÓMO CALCULAR LA
DERIVADA MATERIAL?

LAGRANGE VS EULER

ENFOQUE DE LAGRANGE

Describe el movimiento de partículas siguiendo una por una.



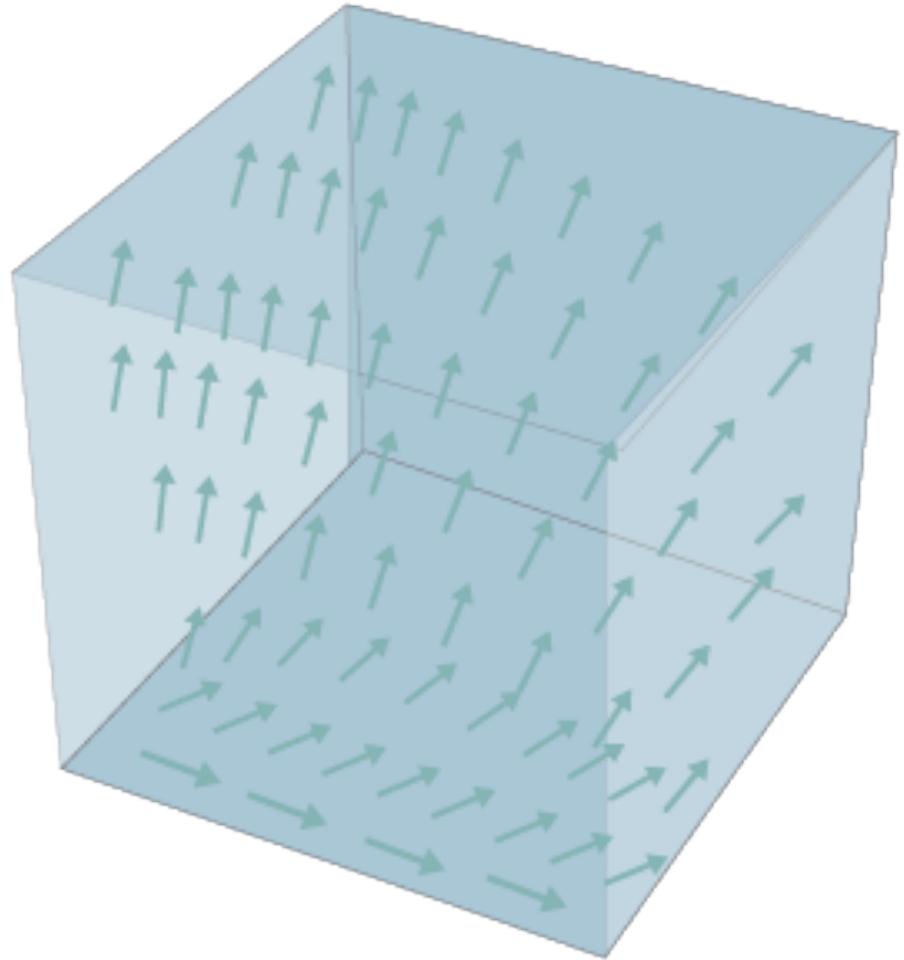
ENFOQUE DE EULER

Describe el movimiento de partículas analizando cierta zona.



UN POQUITO DE MATEMÁTICAS

En el enfoque de Euler la velocidad es un campo vectorial. A cada punto del espacio se asocia un valor de $v_x(x,y, z)$, $v_y(x,y, z)$ y $v_z(x,y, z)$.



CAMPO ESTACIONARIO

Un campo vectorial estacionario es aquel que no varía con el tiempo.

CAMPO NO ESTACIONARIO

Un campo vectorial no estacionario varía con el tiempo.



LA REGLA DE LA CADENA

Para derivar v_x , v_y o v_z , con respecto al tiempo se usa la regla de la cadena:

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{\partial v_x}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \frac{dz}{dt}$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{\partial v_y}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \frac{dz}{dt}$$

$$\frac{dv_z}{dt} = \frac{\partial v_z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \frac{dz}{dt}$$

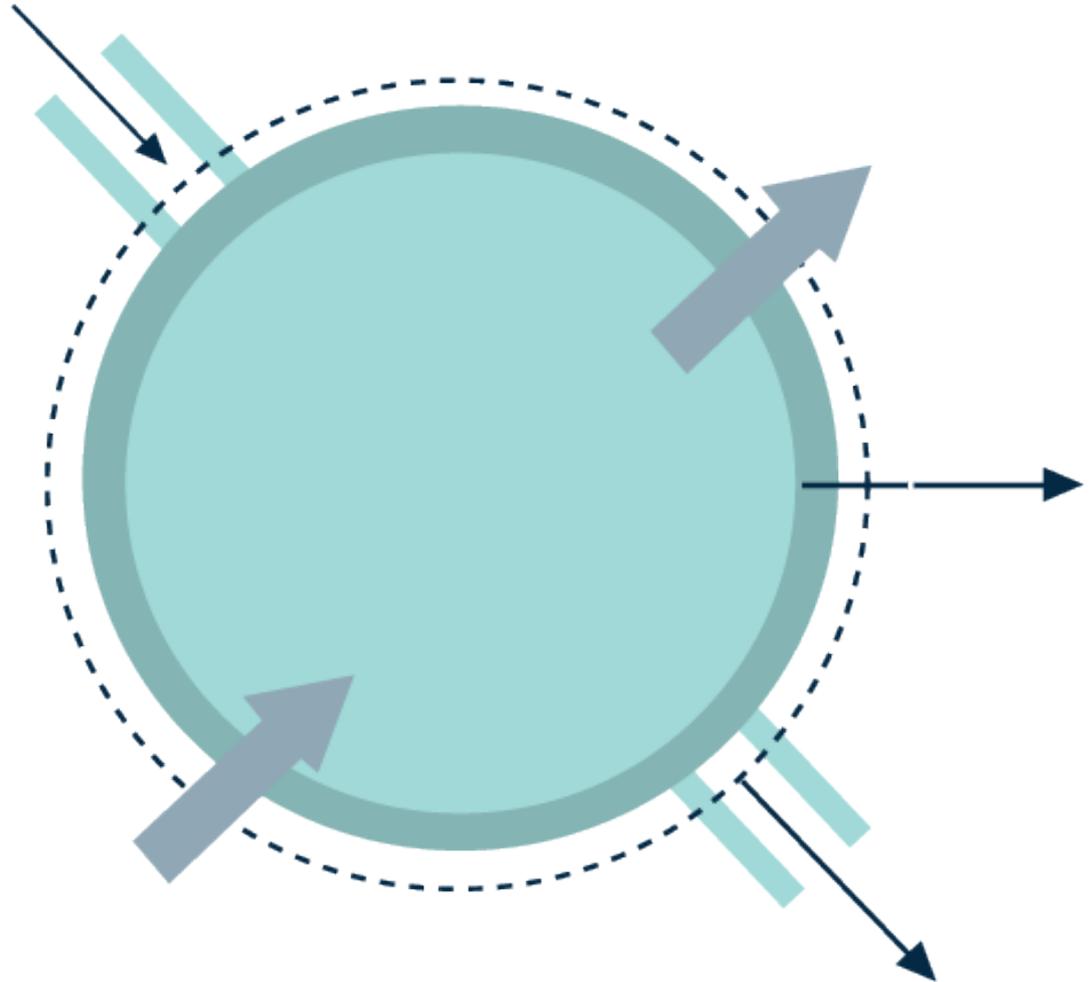
$$U(X, Y, Z, t); X(t), y(t), Z(t)$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{dz}{dt}$$

$$\frac{DU}{Dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + v_x \frac{\partial U}{\partial x} + v_y \frac{\partial U}{\partial y} + v_z \frac{\partial U}{\partial z}$$

**LA DERIVADA MATERIAL
(TOTAL)**

**LA ECUACIÓN
DE ENERGÍA EN
EL ENFOQUE
DEL MEDIO
CONTINUO**



MECANISMOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR

Conducción. Requiere la presencia de un objeto conductor

Ecuación de Fourier: $q_k = -kA \frac{dT}{dx}$

Convección. Requiere la presencia de un «vector» un fluido

Ley de enfriamiento de Newton: $q_c = \bar{h}_c A \Delta T$

Radiación. No requiere de un medio para transmitirse.

Ley de Stefan-Boltzmann: $q_r = \sigma A_1 T_1^4$

1ª ley de la termodinámica

$$d\hat{U} = dq - dw$$

BALANCE DE ENERGÍA

$$\left[\begin{array}{c} \text{Velocidad de} \\ \text{acumulación de energía} \\ \text{cinética e interna} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Velocidad de entrada de} \\ \text{energía cinética e} \\ \text{interna por convección} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{Velocidad de salida de} \\ \text{energía cinética e} \\ \text{interna por convección} \end{array} \right]$$
$$+ \left[\begin{array}{c} \text{Velocidad neta de} \\ \text{adición de calor por} \\ \text{conducción} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{Velocidad neta de} \\ \text{trabajo por el sistema a} \\ \text{los alrededores} \end{array} \right]$$

MATEMATICAMENTE

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \left(\hat{U} + \frac{1}{2} u^2 \right) =$$

Velocidad de ganancia de energía por unidad de volumen.

$$-(\nabla \cdot \rho u \left(\hat{U} + \frac{1}{2} u^2 \right))$$

Velocidad de entrada de energía por unidad de volumen debido a la convección.

$$-(u \cdot q)$$

Velocidad de entrada de energía por unidad de volumen debido a la conducción.

$$+\rho(u \cdot g)$$

Velocidad de trabajo comunicado al fluido por unidad de volumen debido a las fuerzas de gravitación.

$$-(\nabla \cdot p u)$$

Velocidad de trabajo comunicado al fluido por unidad de volumen debido a las fuerzas de presión.

$$-(\nabla \cdot [\tau \cdot u])$$

Velocidad de trabajo comunicado al fluido por unidad de volumen debido a las fuerzas viscosas.

Velocidad de
acumulación de energía
cinética e interna



$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \left(\hat{U} + \frac{1}{2} u^2 \right) = -(\nabla \cdot \rho u \left(\hat{U} + \frac{1}{2} u^2 \right)) - (u \cdot q) + \rho(u \cdot g) - (\nabla \cdot p u) - (\nabla \cdot [\tau \cdot u])$$

Velocidad neta de adición
de calor por conducción



Velocidad de trabajo comunicado
al fluido por unidad de volumen
debido a las fuerzas de presión



Velocidad de entrada
de energía cinética e
interna por convección



Velocidad de trabajo
comunicado al fluido por unidad
de volumen debido a las
fuerzas de gravitación



Velocidad de trabajo
comunicado al fluido por
unidad de volumen debido a
las fuerzas viscosas



ECUACIÓN DE BALANCE

PARA USAR LA ECUACIÓN EN CASOS PARTICULARES

Es necesario además una ecuación de estado, que relacione las variables termodinámicas.

Por ejemplo: $PV = nRT$

Y relaciones termodinámicas, como las definiciones de C_p o C_v

$$C_p = \frac{1}{\rho v} \left(\frac{dq}{dt} \right)_p$$

$$C_v = \frac{1}{\rho v} \left(\frac{dq}{dt} \right)_v$$

CASOS PARTICULARES

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = k \nabla^2 T - T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_{\rho} (\nabla \cdot u) + \mu \varphi_u$$

$$\varphi_u = 2 \left[\left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2$$

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = k \nabla^2 T - T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_{\rho} (\nabla \cdot u)$$

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = k \nabla^2 T$$

ECUACIONES DE BALANCE PARA UN FLUJO EN MOVIMIENTO

(Partícula y medio
continuo)

Física de la partícula	Medio continuo
Conservación de la masa	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) = 0$
Conservación de la energía	$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = k \nabla^2 T - T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_\rho (\nabla \cdot u) + \mu \phi_u$
Conservación del momento	$\rho \frac{DU}{Dt} = -\nabla P - [\nabla \cdot \tau] + \rho g$

OPERAR E INNOVAR



Ingeniería

Crear procedimientos

REFERENCIAS

Landels J.G. *“Engineering in the ancient World”* University of California Press 1978

Petroski H. *“The essential Engineer”* Vintage Books 2010.

Mardsen J. E, Tromba A. J. *“Cálculo vectorial”* Addison-Wesley Iberoamericana 1991

<http://desarmandolamafia.blogspot.mx/2017/08/la-fes-c-exporta.html>

