

ARTÍCULO

¿POR QUÉ LOS FRACTALES SON TAN POPULARES?

Santiago Ortiz

Investigador de MediaLabMadrid

santiago@moebio.com.mx

¿POR QUÉ LOS FRACTALES SON TAN POPULARES?

Resumen:

En vez de presentar los fractales intentando definir lo que son, indago en este texto acerca de la atracción y fascinación que producen, incluso en personas con poco interés en las matemáticas. Busco, desde una perspectiva personal, remontándome a los años en los que descubrí estos duendes abstractos, encontrar las claves de la popularidad de los fractales.

Palabras claves: fractales / belleza / complejidad / forma / ciencia

WHY THE FRACTALS ARE SO POPULAR?

Abstract:

Instead of introduce the fractals, I inquire about the strong attraction they produce, even to not interested in mathematics people. I look for, from an personal perspective, and going back to the early years I discovered those abstracts pucks, the clues of the fractal's conspicuous popularity.

Keywords: fractals / beauty / complexity / form / science

Inicio

Cuando tenía 14 años comencé a interesarme seriamente, incluso obsesivamente, por los fractales. Aprendí a entenderlos lo suficiente como para crear pequeños programas en computadora que los generaran gráficamente (árboles, cerebros u objetos más rectangulares). Imprimí cientos de ellos y los pegué en el techo de mi cuarto. A los 17 años tuve una pequeña gastritis que me despertaba por las noches con inmenso dolor. Recuerdo que sentía, entre el sueño, la fiebre y el horror, que crecían fractales en la boca de mi estómago y se expandían por mi cuerpo. No creo que mucha gente se haya entusiasmado con los fractales hasta tal extremo (finalmente éstos ayudaron a guiar mi futuro profesional y hoy en día me resultan casi cotidianos). Sin embargo los fractales han seducido a una gran cantidad de personas, allende el mundo académico y científico. Son, digamos, muy populares. La propia palabra fractal -que el diccionario de Word no reconoce y llena de tachones rojos este texto- se puede oír en conversaciones profanas, en la televisión, el cine. Representa uno de los escasos temas de la matemática que puede despertar interés a casi cualquier persona; esto es algo que he comprobado personalmente.

Si escribimos en el *Google* la palabra "fractal" éste nos retorna más de 21 000 000 de páginas en las que se menciona, algo más que las 18 000 000 que aparecen al escribir "Steven Spielberg".

¿Qué tienen entonces los fractales para atraer la curiosidad, para gustar tanto? Planteo aquí una lista de cualidades en las que creo reside su tremendo atractivo, su inmensa popularidad.

Belleza

Las personas encuentran belleza en, por ejemplo, una imagen a color del fractal de Mandelbrot. En éste, como en los demás fractales, se puede entender, únicamente mirando, que en la imagen hay un debate intenso entre orden y desorden, entre armonía y arbitrariedad, entre simetrías y repeticiones, asimetrías y discontinuos. Alguien que lo vea por primera vez pensará en el Art Nouveau, en la sicodelia de los 60 y 70, en una mola Sinú, un mandala, un telar Huichol o en un batik africano, y difícilmente se le ocurrirá que detrás de este derroche de color y formas abigarradas exista una pequeña fórmula matemática que lo genera.

Al abrir un libro de fractales, hojear y ojear sus páginas, y ver varios tipos de fractales representados (ojala el libro contenga varias ilustraciones a color) vemos que hay muchos tipos de fractales, muy distintos entre sí y a la vez con algo en común difícil de determinar. Los fractales tienen un gran imaginario, un universo visual inagotable del que se nutren artistas visuales en creaciones estéticas también diversas. El vasto imaginario fractal deja difícilmente indiferente.

Pero la belleza de los fractales va más allá de sus representaciones, y quien se deja llevar un poco por la curiosidad y se pregunta al menos de dónde y cómo surgen estas imágenes se encontrara con otro vasto universo lleno también de belleza, aunque ésta más conceptual y dinámica.

Inexistencia de autor

A aquellos que fueron seducidos por la representación de uno o varios fractales no deja luego de, al menos, llamar su atención que no hay un autor humano que se los pueda adjudicar. La mayoría de representaciones de fractales provienen de impresiones digitales. Y las imágenes digitales no fueron trabajadas con herramientas de diseño digital sino que fueron generadas por un algoritmo, un pequeño código. Este código, a su vez, repite un proceso que probablemente tenga como núcleo una única y simple función matemática.

Así que esta infinita confabulación de trazos abigarrados e irrepitidos, esta gestualidad detallada hasta lo infinitesimal, es, digámoslo así, una obra de arte no cultural, en la medida de que algo así pueda existir. A partir de aquí se abren debates irresolubles, como el de si las matemáticas son un aspecto de la naturaleza (dicho de otra forma, son universales) o si son una construcción cultural. ¿Es el círculo una invención o un descubrimiento?

Misterio

Es así como el fractal de Mandelbrot (el que algunos matemáticos han bautizado como el objeto geométrico más complejo que se conozca) se construye a partir de iterar la siguiente función sobre los números complejos (en la que c_0 es un parámetro):

$$f(c) = c^2 + c_0$$

Dejando de lado cuestiones como qué es iterar, qué son los números complejos, qué es una función, llamo la atención al lector sobre un aspecto bastante más evidente: lo pequeña que es la fórmula, los pocos caracteres que la conforman, la poca información que parece contener. Y que por supuesto contrasta brutalmente, misteriosamente también, con la cantidad de información no repetitiva que de hecho contiene un fractal como el Mandelbrot.

Otros misterios, que señalo más adelante, son consustanciales a la fractalidad.

Color

Un fractal no posee color, en cambio sí una representación suya. Un fractal es, en un sentido estricto, un conjunto de puntos. Estos puntos sin embargo tienen cada uno propiedades numéricas diferentes y cuantificables, con lo cual se les puede asignar un color (recuerde que en un computador un color es un número). Lo interesante es que las propiedades cuantificables de los números se suelen repartir de forma suave, dando lugar a gamas de color que se expanden bizarramente por el fractal, como flujos de tinta, y que acentúan su belleza. Por esto se suelen representar los fractales, o una buena parte de ellos, a color.

Espiritualidad

Este es sólo un juego de palabras. Los fractales son espirituales en el sentido que tienen un mundo interior rico, ya que todo lo interesante de un fractal se devela al entrar en él y comprobar que es efectivamente inagotable en sus formas, no importa que tanto nos adentremos. Nietzsche sentenció que algunos espíritus enturbian sus aguas para hacerlas parecer más profundas. Esto no le ocurre a un fractal, que también a simple vista se delata turbio, pero que posee profundidad sin fin.

INFINITUD

Lo tremendo de un fractal ocurre hacia adentro. En los fractales autosemejantes el viaje hacia adentro se vuelve repetitivo aunque no por ello exento de magia: se observa como los ladrillos que construyen el objeto geométrico son en sí mismo el objeto geométrico. Se trata entonces de un objeto hecho de varios sí mismos, que a su vez están hechos de él mismo... etcétera...

En los fractales no autosemejantes lo impresionante es lo contrario: que conforme se aumenta la escala en torno a alguno de sus puntos se observan nuevas e irrepetidas formas. Y esta creatividad no desaparece sin importar qué tan profundo naveguemos. En el caso de Mandelbrot se pueden encontrar infinitas pequeñas copias parecidas al fractal entero, pero nunca iguales. Nunca nada es igual en alguna parte del fractal y en cierta escala que en otro parte o escala. Es un objeto rebosante de formas infinitamente irrepetidas.

Si hacemos un zoom que nos muestre una décima parte del fractal y repetimos este proceso 9 veces llegamos a una región de superficie 109 veces más pequeña que la original, o, visto de otra forma, se trata de una entre 109 regiones que conforman el fractal. Este número, mayor a la población humana es tal que podemos estar seguros que nadie nunca ha visto esta región particular del fractal, y nadie nunca la volverá a ver. Es así como podemos pedirle a un fractal, una y otra vez, que nos muestre formas bellas nunca antes vistas por nadie.

(En internet se pueden encontrar fácilmente programas que permiten hacer viajes al interior de fractales, por ejemplo: Xaos <http://xaos.sourceforge.net/english.php>)

Diversidad

El imaginario fractal es inmenso. Programas muy populares como FRACTINT (hacer los links <http://spanky.triumf.ca/www/fractint/fractint.html>, <http://areafactal.tierradenomadas.com/fctint.html>), que exhiben una galería inmensa de fractales, y muchos programadores, han descubierto nuevas formas de representar nuevos o viejos fractales. Basta asomarse a internet para ver fractales diferentes hasta el agotamiento.

Rebeldía

Cuando los fractales comenzaron a aparecer en el mundo de las matemáticas faltaba mucho tiempo para que existieran formas de representarlos gráficamente. Inicialmente fueron construcciones creadas para demostrar la existencia de conjuntos que cumplían propiedades que desafiaban la intuición (como el conjunto de Cantor que es un conjunto *cerrado perfecto* en el que todos sus puntos son *frontera*). Los fractales son entonces objetos geométricos que rompen las reglas y llenan de insensatez la geometría. En la visión matemática decimonónica positivista, en el que el mundo es como un gran reloj rebosante de perfección no cabían estos desperfectos, duendes, contraejemplos molestos, que al rato fueron tildados de monstruos.

Monstruosidad

Fue así como los fractales fueron tempranamente denominados monstruos, monstruos matemáticos. Debido a su manía de causar "estratos" a la intuición y por la dificultad de establecer una imagen mental de ellos (recuerde que los matemáticos trabajaban con ellos antes de que se pudieran ilustrar parcialmente, antes de los computadores). Una de las más bellas familias de fractales fue definida y estudiada por Gastón Julia, de quien tomó el nombre. Julia murió antes de poder ver sus fractales generados en computador.

Naturalidad

Monstruosos pero naturales. Benoît Mandelbrot, quien constituye en sí mismo una de las razones de la popularidad de los fractales, los dio a conocer señalando que los fractales no sólo no eran algo extraño sino que de hecho se parecían mucho más a lo observable en la naturaleza que los conos, cubos, esferas... Es así como las nubes, los brócolis, las manchas en las paredes, los árboles y un gran etcetera son fractales (en el sentido que les conviene un modelo fractal). La prueba contundente de esto la señalo en el siguiente punto:

Animación

Desde los noventa, década en que se popularizó la animación tridimensional, los fractales generados por computador, sabiéndolo o no, han sido vistos por cientos de millones de personas. En las películas más realistas, desde los elementos orgánicos como matas, árboles, y nubes, hasta la propia textura de cada objeto (sobre todo la piel humana) se genera por medio de algoritmos fractales. La realidad nunca es perfecta, todo tiene poros, manchas y pequeñas deformaciones. Pero a su vez cada mancha tiene manchas en su interior, cada pequeña abolladura tiene también imperfecciones más pequeñas, ninguna nube es igual a otra, etcetera... Los fractales ponen ese punto de patrón que nunca se repite y que es interesante en todas sus escalas. Como la propia realidad.

Irrepresentabilidad

Otro aspecto al que los fractales se rebelan es a ser representados. Toda representación es finita y parcial, ¡infinitamente parcial! debido a su infinita riqueza interior. La mejor forma de representar un fractal es interactivamente, permitiendo el viaje a través de la escala; aún así, por más viajes que hagamos hacia adentro y por más profundo que lleguemos siempre estaremos rascando la corteza de un planeta de radio infinito.

Indefinición

Mandelbrot, quien trabajando en los laboratorios de la IBM pudo generar las primeras imágenes de fractales, fue quien los popularizó inicialmente. Demostró su importancia para las ciencias informáticas y biológicas y también para la geometría, e intentó crear un corpus formal para su estudio. Sin embargo la diversidad fractal es tan grande, y tan distintos los contextos en que se manifiestan, que no es conveniente dar una definición matemática cerrada que siempre excluiría interesantes ejemplares y en cambio incluiría geometrías banales. Es así como "fractal" no denota un objeto matemático concreto, no es una palabra estrictamente matemática, y más bien alude a familias de objetos geométricos, incluso reales como veremos, que comparten ciertas propiedades, algunas medibles y otras más intuitivas. Se trata entonces de un imaginario, un sub-universo cultural, y de esta forma se hace más poroso e interesante al no matemático, quien además puede apropiarse acertada y legítimamente de la palabra para usarla en contextos no científicos. En este sentido llamo la atención sobre el arte que desde varios contextos se ha interesado enormemente por las ciencias de la complejidad y por los fractales en particular. Y aunque los fractales son originalmente un maná de imagen e imaginario, es la música, antes que la pintura, quien más se interesa en los fractales como tema y fuente de creación, aprovechando, sobre todo, el aspecto procesual y dinámico de esta nueva geometría.

Sicodelia

Las imágenes de los fractales (y la propia palabra) irrumpieron en los años 70. Coincidió también que la costa oeste norteamericana, cuna del hippismo, era también un ebullidero de las ciencias de la complejidad (redes, autómatas celulares, vida artificial, etc...). Durante los 60 y 70 se exploró y apologizó el imaginario de las drogas (también en esta región). Fue así como fractales y sicodelia coincidieron temporalmente, geográficamente y, para decirlo de algún modo, anímicamente. Si bien nadie dio forma y color a los fractales para que resultaran sicodélicos, ocurrió simplemente, que resultó.

Dinamismo

La esencia de los fractales, el secreto de su construcción; es dinámico. Se trata siempre de un proceso que se repite (iteración). Los procesos pueden llevar o no a algo que con el tiempo adquiere definición. En tal caso se dice que el proceso converge. Varios fractales son el resultado, la convergencia, de procesos. Y, en la mayoría de los casos, aunque el objeto no se defina o construya como la convergencia de un proceso, se requiere de un sistema dinámico que lo construya. Es por esto que fue necesaria la aparición de computadores para poder calcular los fractales (no sólo para graficarlos). El dinamismo es una cualidad compartida por todas las ciencias de la complejidad, en la que generalmente se estudian procesos de interacción en el tiempo.

Paradoja

Como mencioné, los fractales llegaron al mundo recibidos con cierta aprehensión debido a sus malas formas, su inconformidad con los dictados de la intuición. Cuando en una teoría existe al menos un único objeto que contradice la intuición, no es sólo el objeto que resulta poco intuitivo sino toda la teoría. Basta un contraejemplo para tirar por los suelos una regla general. En los fractales existen pues varias paradojas, que si bien no son problemáticas para la matemática contemporánea, siguen resultando disonantes al sentido común. La paradoja más famosa es quizá la que concluye que la longitud de cualquier costa de un país es infinita.

Complejidad

La teoría fractal hace parte de las denominadas ciencias de la complejidad, de las que ya he mencionado algunas cosas. El efecto mariposa, la inteligencia artificial, la vida artificial, el propio concepto de ciencias de la complejidad, son ideas que han llamado la atención por fuera del mundo académico (ver: http://moebio.com/spheres/ciencia_lengua.html). Lo fractal exhibe sin duda complejidad.

El concepto de complejidad en ciencias muchas veces está relacionado con el hecho de que un proceso que se define de forma sencilla exhibe complejidad (e imposibilidad de predicción) en su comportamiento. Se trata entonces de un contraste entre la complejidad exhibida con la simplicidad de reglas y elementos del punto de partida.

Simplicidad

Y sin embargo las ideas esenciales de lo fractal son fáciles de comprender, no requieren conocimientos matemáticos previos. Varios tipos de fractales, sobre todo los autosemejantes, develan su naturaleza con sólo mirarlos. Para poder recrearlos informáticamente es necesario saber un poco más, tener una idea de procesos dinámicos, saber iterar una función y graficar, pero nada de esto está lejos del alcance de un aficionado. Esto sin duda ayudó mucho a la proliferación de personas interesadas en los fractales, incluso "creadores" de fractales, que sin ser científicos desarrollan sus propios programas gráficos. ¡De esto último puedo dar fe!

Santiago Ortiz
2006

Bibliografía

Herren, Gustavo. *Fractales*. Madrid: Errepar, 2002.

Mandelbrot, Benoît. *Los objetos fractales*. Barcelona: Tusquets, 1988.

Mandelbrot, Benoît. *La geometría fractal de la naturaleza*. Barcelona: Tusquets, 1977.