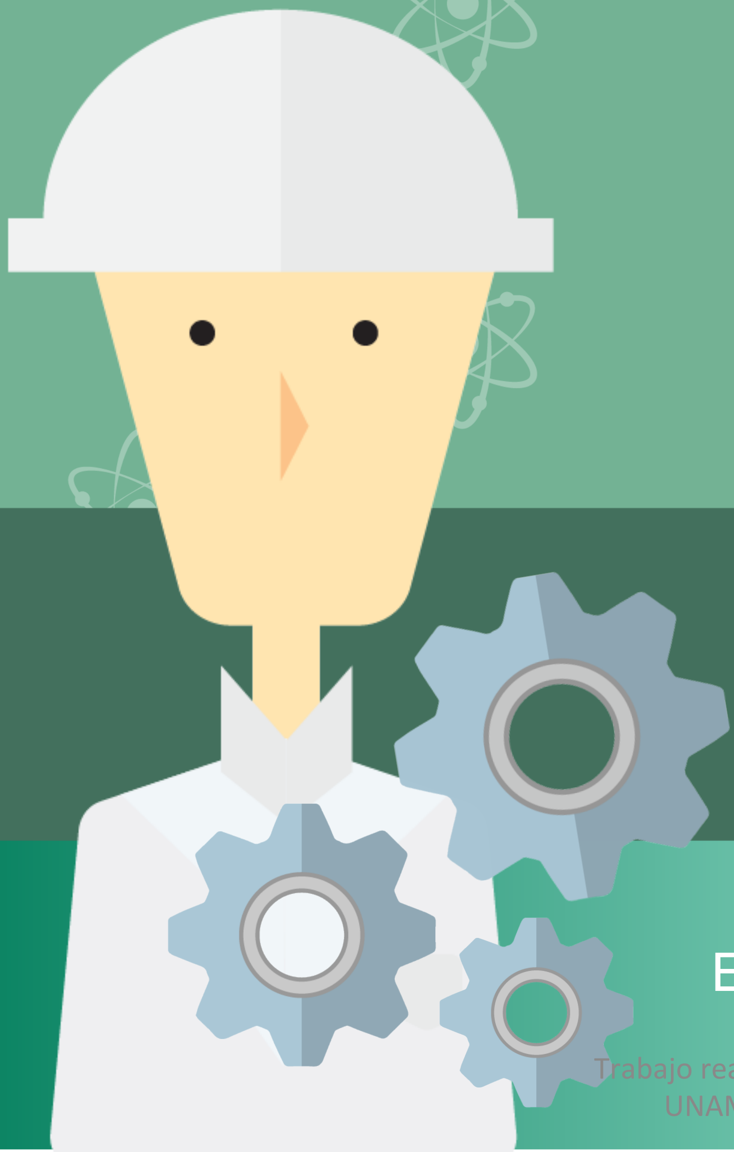


CUARTO REPASO

UNIDAD 5

CONDUCCIÓN EN ESTADO NO ESTACIONARIO

Trabajo realizado con el apoyo del Programa
UNAM-DGAPA-PAPIME PE110517

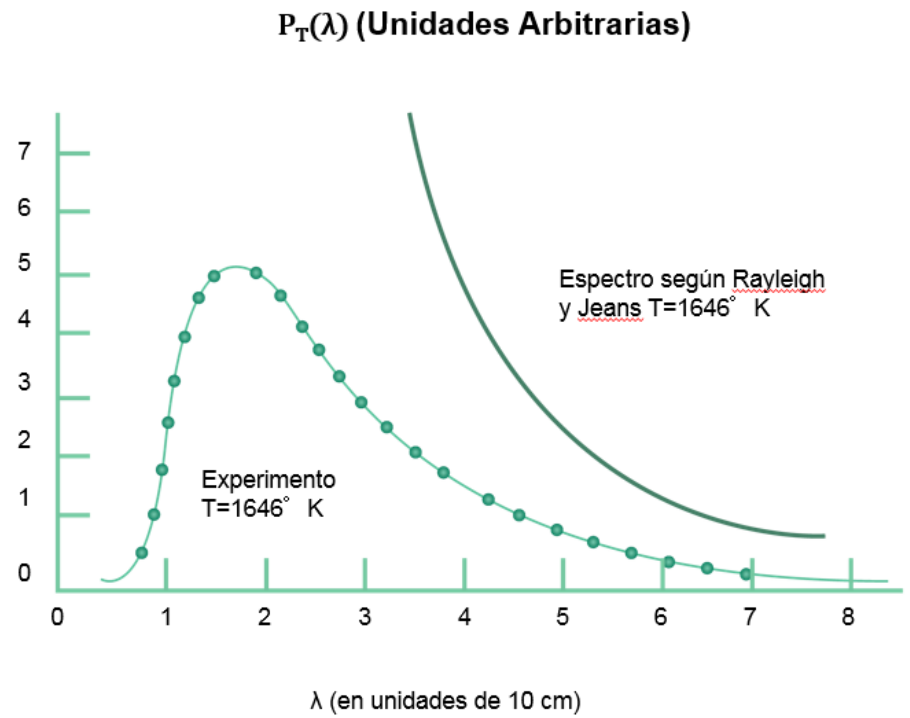
CONCEPTOS

- Espectro electromagnético
- Radiación Térmica.
    - Absorción, reflexión, transmisión, radiosidad.
    - Emisividad /absorbancia
    - Ley de Kirchoff
- Cuerpo negro
- Cuerpo gris
- Ley de Plank
- Ley de Wien
- Emisión en una banda de frecuencias
- Radiación entre objetos.
    - Placas Paralelas
    - Otras geometrías
- Factores de visión
    - Ángulo sólido
    - Gráficas para el factor de visión
    - Fórmulas para el factor de visión

¿QUÉ ESPERAMOS QUE SEPAN Ó PUEDAN HACER?

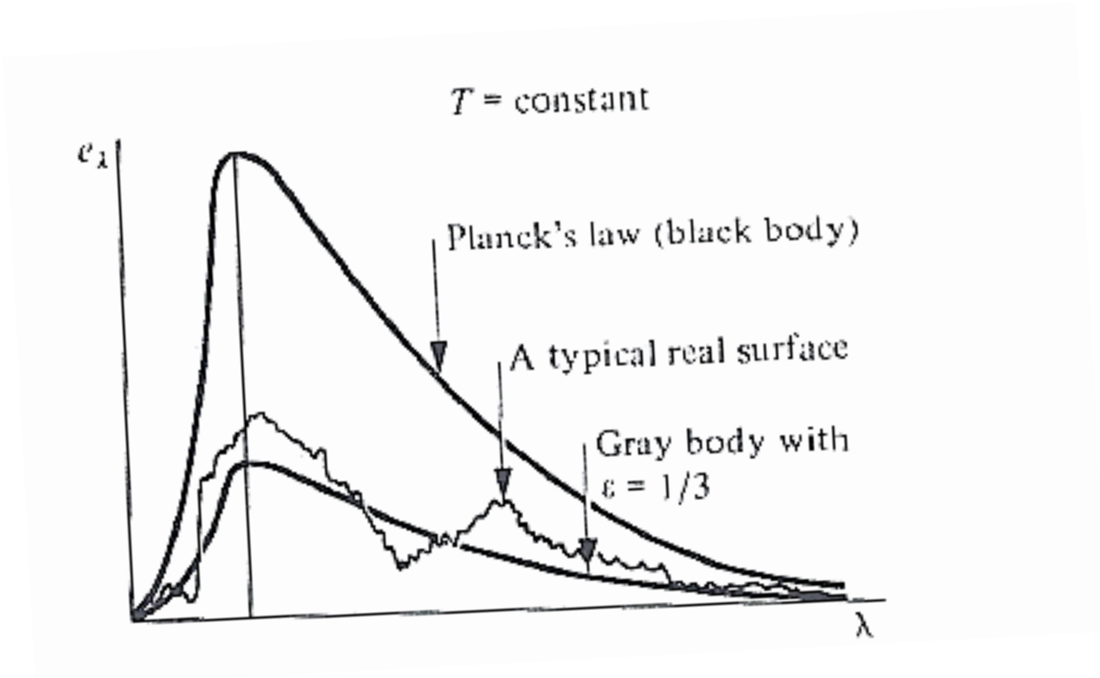
- **Distinguir cuando se trata de un problema de radiación**
- **Distinguir que fórmulas deben utilizarse en los casos de cuerpos grises**
- **Saber donde buscar datos de emisividades y absorbancia para distintos materiales**
- **Saber establecer las condiciones de frontera en términos matemáticos. (Temperatura, Flujo)**
- **Calcular la cantidad de energía radiada en una zona del espectro**
- **Usar la ley de Wien**
- **Calcular (con gráficas o fórmulas) los factores de visión**
- **Resolver problemas que requieren usar las relaciones entre los factores de visión**

EL ESPECTRO DE RADIACIÓN DEL CUERPO NEGRO Y LA CATÁSTROFE ULTRAVIOLETA

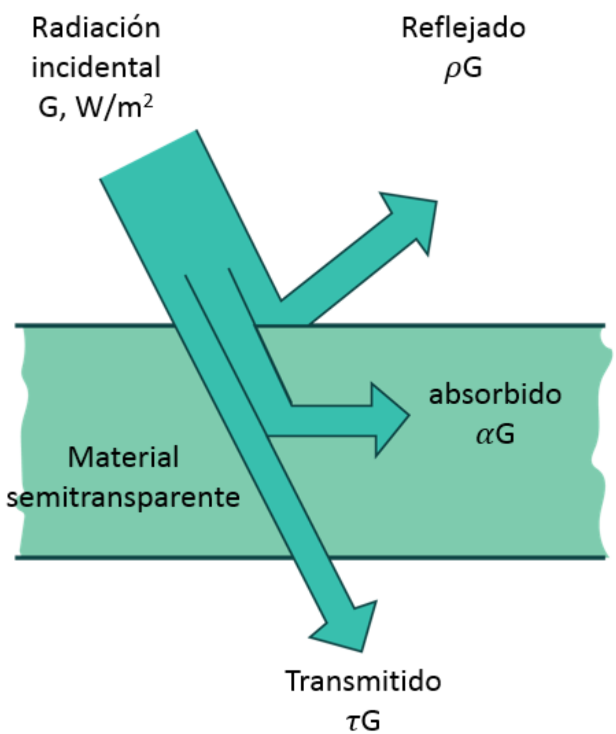


Distribución de la energía radiada por un cuerpo a temperatura T según la longitud de onda. Es decir, según el color (en la parte visible del espectro).

TODOS LOS CUERPOS RADIAN. LA VIDA REAL



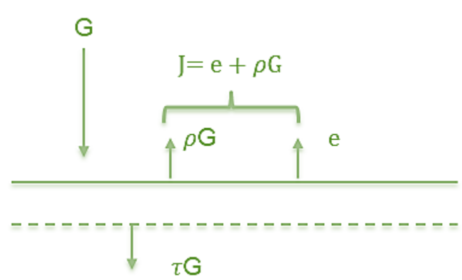
CANTIDAD TOTAL DE IRRADIACIÓN



La cantidad total de irradiación G puede ser absorbida, reflejada o transmitida:

$$G = \alpha G + \rho G + \tau G,$$
$$\alpha + \rho + \tau = 1,$$

Además de la radiación que recibe un cuerpo, también la emite.



La radiosidad J incluye tanto la energía emitida como la reflejada.

ABSORCIÓN, EMISIÓN Y LEY DE KIRCHHOFF

LEY DE KIRCHHOFF:

Para una temperatura dada e=a de manera global y para cada frecuencia

Absorción: cuando la adición de energía radiante a un sistema atómico o molecular da lugar a que el sistema pase a un estado más elevado de energía.

$$a = q\uparrow(a)\ /q\uparrow(i) \qquad a\downarrow v = q\downarrow v\uparrow(a)\ /q\downarrow v\uparrow(i)$$

El cociente de la cantidad total de energía absorbida con relación a la recibida se llama absorbancia.

Emisión: cuando un sistema atómico o molecular pasa desde un estado elevado de energía a otro más bajo.

La cantidad de energía emitida por un cuerpo negro se denota por: $q_b^{(e)}$ y se usa como referencia para definir la emisividad de cualquier otro cuerpo.

$$e\downarrow v = q\uparrow(a)\ /qb\uparrow(e)$$
$$e\downarrow v = q\downarrow v\uparrow(a)\ /qb$$
$$\downarrow v\uparrow e$$

ALGUNOS EJEMPLOS.(TOMADOS DEL BIRD)

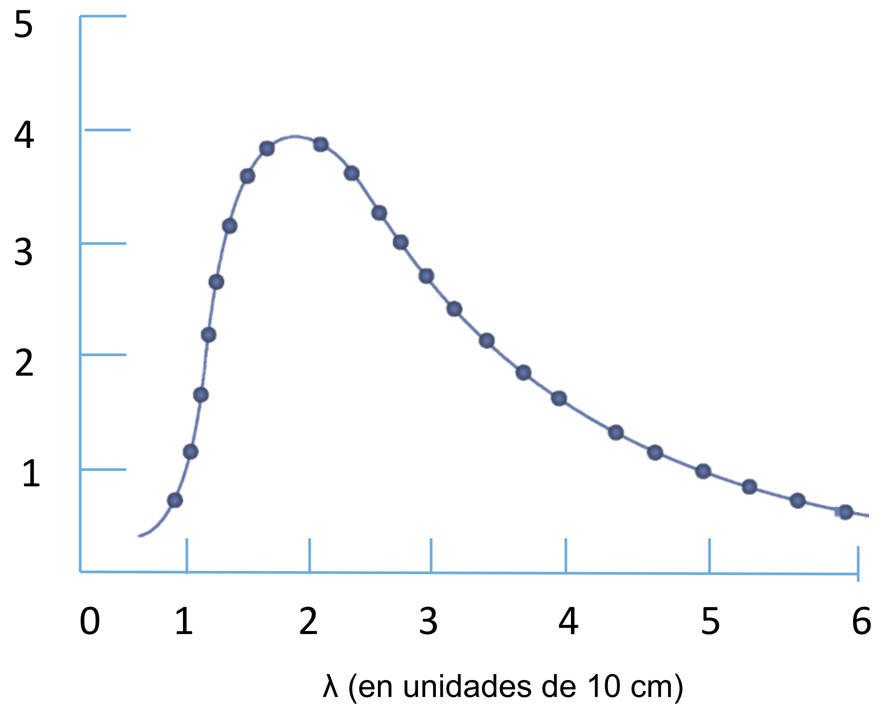
EMISIVIDADES TOTALES DE VARIAS SUPERFICIES PARA **EMISIÓN** PERPENDICULAR

	T(°K)	e	T(°K)	e
Aluminio				
Altamente pulimentado, pureza 98,3%	500	0,039	850	0,057
Oxidado a 600 °C	472	0,11	872	0,19
Material para techos recubiertos de Al	311	0,216		
Cobre				
Electrolítico, altamente pulimentado	353	0,018		
Oxidado a 600 °C	472	0,57	872	0,57
Hierro				
Electrolítico, altamente pulimentado	450	0,052	500	0,064
Totalmente oxidado	293	0,685		
Fundición, pulimentada	473	0,21		
Fundición, oxidada a 600 °C	472	0,64	872	0,78
Cartón de amianto	311	0,93	644	0,945

PLANK

E=hv (h la constante de Planck, cuyo valor es 6,624 x l0^{-27} erg seg)

$P_T(\lambda)$ **(Unidades Arbitrarias)**



$$E_{\lambda,b(}\lambda,T) = C1/\lambda 5[\exp(C2/\lambda T)-1]$$

C_1=2π■2@0 =3.4715 x 10^{-16} W m^2

q■(e)@bλ = 2π(2h/λ5 1/ech/λkT−1

C_1

C_2

C_2= 1.4388 x10^{-2} m K

LEY DE DISTRIBUCIÓN DE PLANCK Y LEY DE STEFAN-BOLTZMANN.

Densidad de flujo de energía $q_{b\lambda}^{(e)}$ d λ que emite una superficie negra en el intervalo de longitud de onda comprendido entre λ y λ + d λ

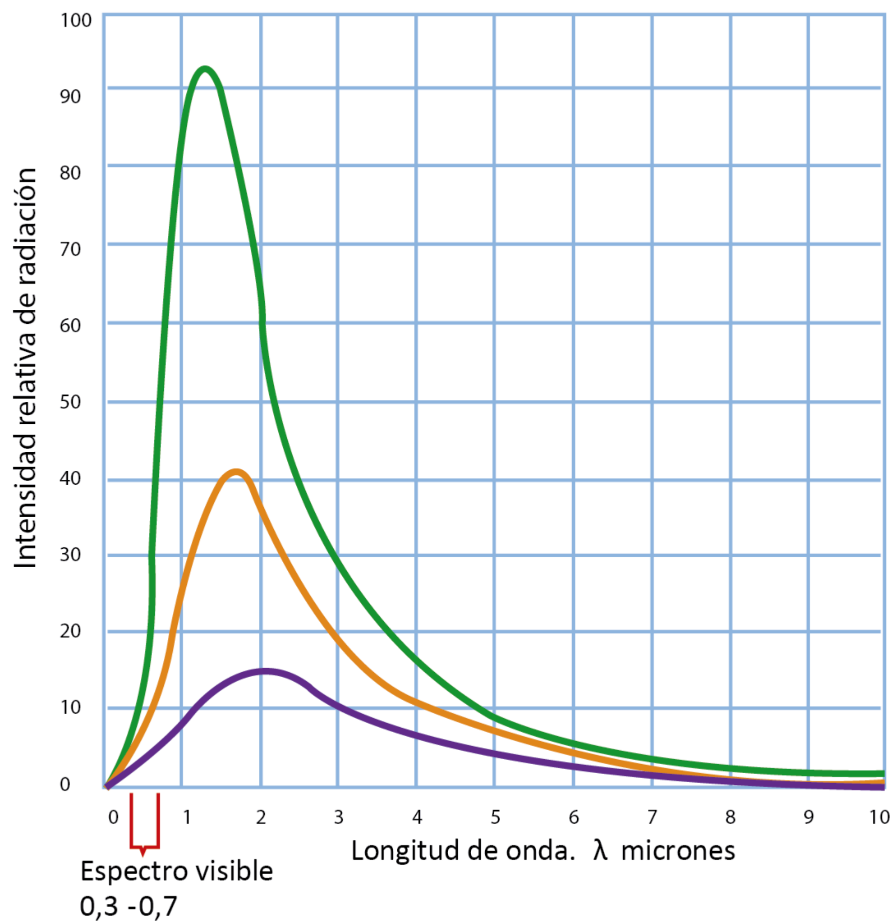
$$q_{b\lambda}^{(e)} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{ch/\lambda KT} - 1} \qquad q_b^{(e)} = \int_0^\infty q_{b\lambda}^{(e)}\, d\lambda = \left(\frac{2}{15} \pi^5 K \right.$$

$q_b^{(e)} = \sigma T^4$

La constante de Stefan-Boltzmann es 4,878 x $l0^{-8}$ kcal hr^{-1} m^{-2} $^oK^{-4}$

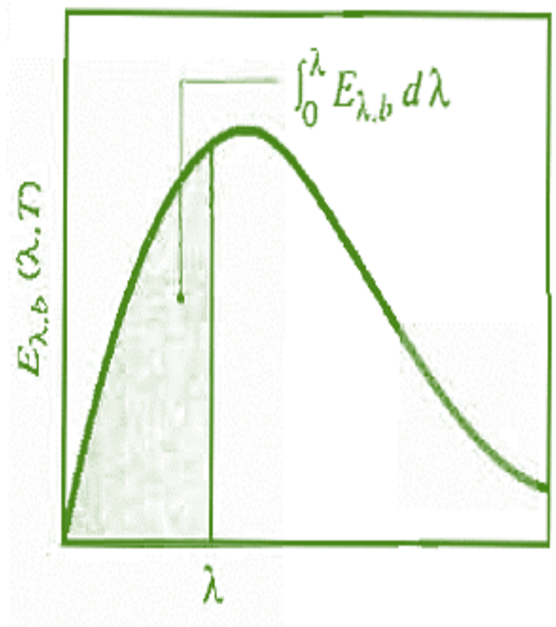
o bien 1,355 x $l0^{-l2}$ cal seg^{-1} cm^{-2} $^oK^{-4}$

LEY DE DESPLAZAMIENTO DE WIEN



$$\lambda_{máx}\, T = 0,2884 \text{ cm °K}$$

EMISIÓN EN UNA BANDA DE FRECUENCIAS (λ)



$$F_{(0\rightarrow\lambda)} \equiv \frac{\int_0^{\lambda} E_{\lambda,b}\, d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{\lambda,b}\, d\lambda} = \frac{\int_0^{\lambda} E_{\lambda,b}\, d\lambda}{\sigma T^4} = \int_0^{\lambda T} \frac{E_{\lambda,b}}{\sigma T^5}\, d(\lambda T) = f(\lambda T)$$

$$F_{(\lambda_1\rightarrow\lambda_2)} = \frac{\int_0^{\lambda_2} E_{\lambda,b}\, d\lambda - \int_0^{\lambda_1} E_{\lambda,b}\, d\lambda}{\sigma T^4} = F_{(0\rightarrow\lambda_2)} - F_{(0\rightarrow\lambda_1)}$$

λT ($\mu m\cdot K$)	$F_{(0\rightarrow\lambda)}$	$I_{\lambda,b}(\lambda,T)/\sigma T^5$ $\mu m\cdot K\cdot sr)^{-1}$	$I_{\lambda,b}(\lambda,T)/I_{\lambda,b}(\lambda_{max},T)$
200	0.000000	0.375034×10^{-27}	0.000000
400	0.000000	0.490335×10^{-13}	0.000000
600	0.000000	0.104046×10^{-8}	0.000014
800	0.000016	0.991126×10^{-7}	0.001372
1,000	0.000321	0.118505×10^{-5}	0.016406
1,200	0.002134	0.523927×10^{-5}	0.072534
1,400	0.007790	0.134411×10^{-4}	0.186082
1,600	0.019718	0.249130	0.344904
1,800	0.039341	0.375568	0.519949
2,000	0.066728	0.493432	0.683123
2,200	0.100888	0.589649×10^{-4}	0.816329
2,400	0.140256	0.658866	0.912155
2,600	0.183120	0.701292	0.970891
2,800	0.227897	0.720239	0.997123
2,898	0.250108	0.722318×10^{-4}	1.000000
3,000	0.273232	0.720254×10^{-4}	0.997143
3,200	0.318102	0.705974	0.977373
3,400	0.361735	0.681544	0.943551
3,600	0.403607	0.650396	0.900429
3,800	0.443382	0.615225×10^{-4}	0.851737
4,000	0.480877	0.578064	0.800291
4,200	0.516014	0.540394	0.748139
4,400	0.548796	0.503253	0.696720
4,600	0.579280	0.467343	0.647004
4,800	0.607559	0.433109	0.599610

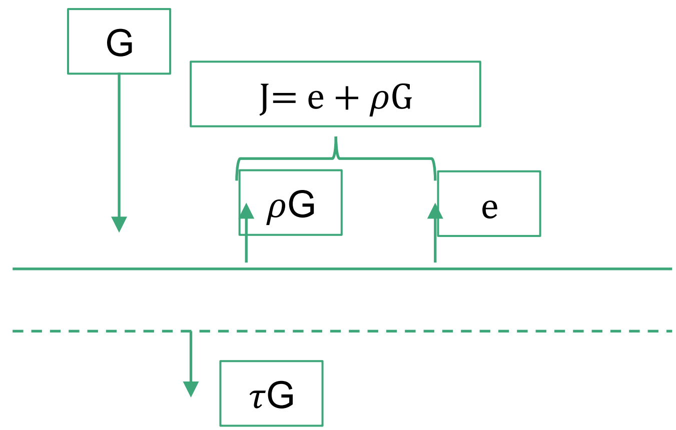
λT ($\mu m\cdot K$)	$F_{(0\rightarrow\lambda)}$	$I_{\lambda,b}(\lambda,T)/\sigma T^5$ $\mu m\cdot K\cdot sr)^{-1}$	$I_{\lambda,b}(\lambda,T)/I_{\lambda,b}(\lambda_{max},T)$
9,500	0.903085	0.765338	0.105956
10,000	0.914199	0.653279×10^{-5}	0.090442
10,500	0.923710	0.560522	0.077600
11,000	0.931890	0.483321	0.066913
11,500	0.939959	0.418725	0.057970
12,000	0.945098	0.364394×10^{-5}	0.050448
13,000	0.955139	0.279457	0.038689
14,000	0.962898	0.217641	0.030131
15,000	0.969981	0.171866×10^{-5}	0.023794
16,000	0.973814	0.137429	0.019026
18,000	0.980860	0.908240×10^{-6}	0.012574
20,000	0.985602	0.623310	0.008629

La tabla esta sacada del incropera, pero en cualquiera de los libros de la bibliografía viene tablas equivalentes. En el curso preferimos usar el simulador de mathematica para encontrar la radiación

VALORES

DISTRIBUCIÓN DE RADIACIÓN TÉRMICA EN UNA SUPERFICIE

La cantidad total de irradiación G puede ser absorbida, reflejada o transmitida



La radiosidad J incluye tanto la energía emitida como la reflejada

IRRADIACIÓN ENTRE DOS PLACAS PARALELAS INFINITAS

$$q_{1,net} = (e_{b1}\text{-}e_{b2})\ 1/1/\varepsilon 1(T*)+1/\varepsilon 2-1\ .$$

En general

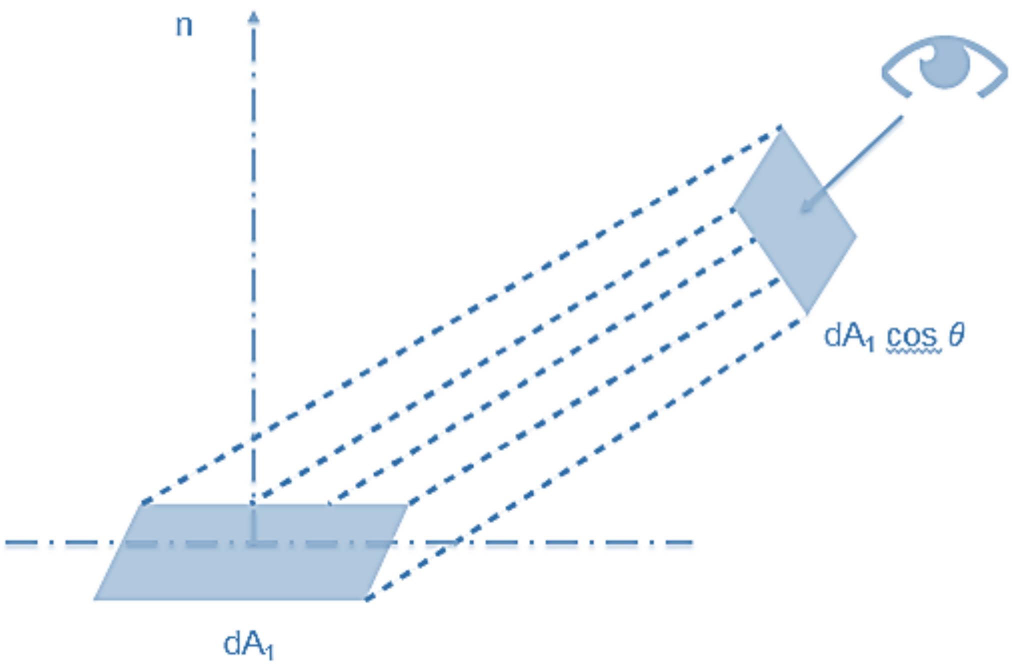
$$q_{1,net} = (e_{b1}\text{-}e_{b2})\ 1/1/\varepsilon 1(T*)+1/\varepsilon 2-1\ .$$

Cuerpo Gris

$$q_{2,net} = (e_{b2}\text{-}e_{b3})\ 1/1/\varepsilon 3+1/\varepsilon 2-1\ .$$

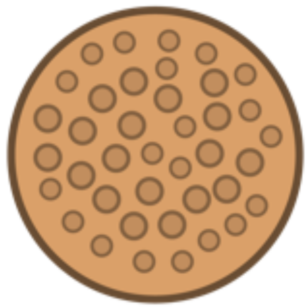
Si la emisividad depende de T*

- Definimos a $I_{\lambda, e}$ como la tasa a la cual la energía radiante es emitida en la longitud de onda λ en la dirección (Θ, φ), por unidad de área de la superficie de emisión normal a esa dirección, *por unidad de ángulo sólido*, alrededor de esa dirección y por unidad de intervalo de longitud de onda $d\lambda$ alrededor de λ.

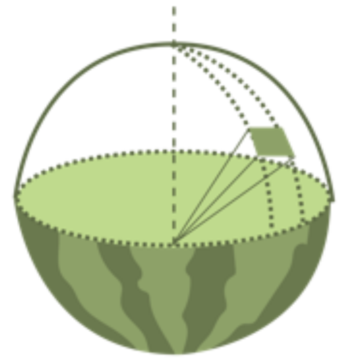


INTENSIDAD ESPECTRAL

ÁNGULO SÓLIDO



Rebanada de pizza.
El plano



“Calada” de melón.
El espacio

Definición de Radian:

$\Theta = l/r$

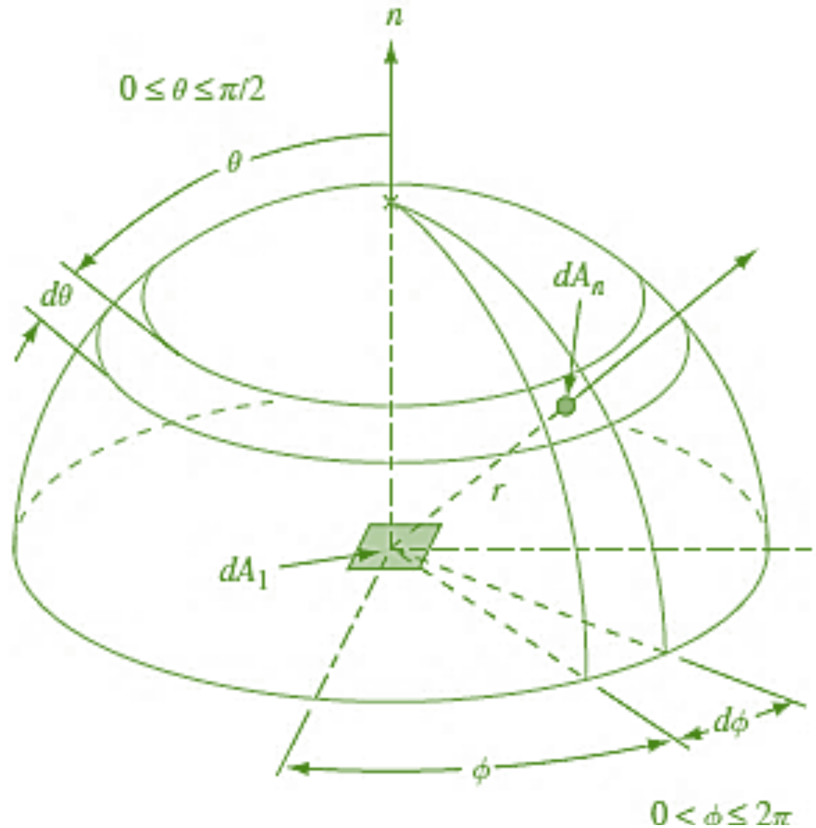
$d\Theta = dl/r$

Definición de Steroradian:

$\Theta = A/r^2$

$d\Theta = dA/r^2$

INTEGRACIÓN HEMISFÉRICA DEL ÁNGULO SÓLIDO



$$\int_h d\omega = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \sin\theta \, d\theta \, d\phi = 2\pi \int_0^{\pi/2} \sin\theta \, d\theta = 2\pi \text{ sr}$$

LEY DE LAMBERT

Si la intensidad de radiación es independiente de la dirección para una superficie negra:

Se cumple la Ley de Lambert:

La integral de la intensidad de radiación sobre toda el área emisora da la potencia de emisión del cuerpo negro:

$$E_\lambda(\lambda) = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e}(\lambda,\theta,\phi)\cos\theta\,\sin\theta\,d\theta\,d\phi$$

$$E_\lambda(\lambda) = \pi I_{\lambda,e}(\lambda) = \sigma T^4$$

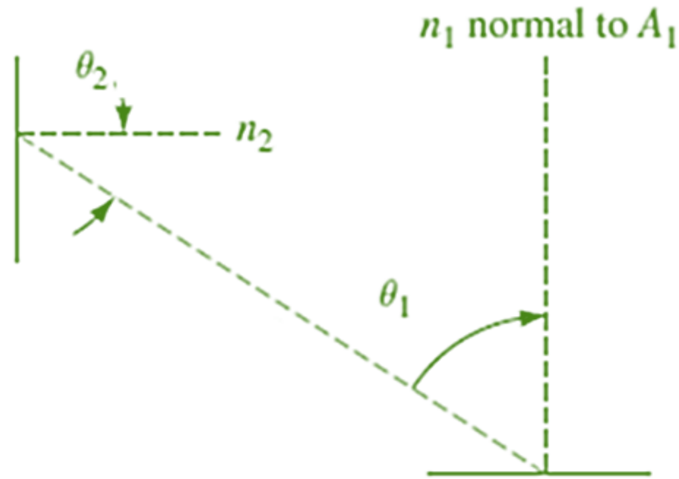
“La iluminación producida por una fuente luminosa sobre una superficie es directamente proporcional a la intensidad de la fuente y al coseno del ángulo que forma la normal a la superficie con la dirección de los rayos de luz y es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia a dicha fuente”

$$E = I\cos\alpha / z$$

Por definición:

$d\omega_{2-1} = dA_{n,2} / r^2$ donde $dA_{n,2} = dA_2 \cos\theta_2$

Siendo θ_2 el ángulo entre la normal n_2 y la línea que conecta A_1 y A_2



La cantidad de radiación recibida por la placa 2, proveniente de la placa 1 es el producto de:

a) la irradiación emitida por la superficie 1 en la de la línea que conecta las superficies:

$(I_1 A_1 \cos\theta_1)$ multiplicada por:

b) el ángulo sólido subtendido por

$A_2 : \omega_{2-1} = A_{n,2} / r^2 = A_2 \cos\theta_2 / r^2$

$q_{1-2} = (I_1 A_1 \cos\theta_1)(A_2 \cos\theta_2 / r^2)$

EJEMPLO. DOS PLACAS A 90 º

En la siguiente diapositiva generalizamos

Comentarios

1. La irradiación recibida $q_{1\_2} = (I_1 A1 \text{ Cos } \theta_1)(A2 \text{ Cos } \theta2 / r2)$ es la emitida por la placa 1 multiplicada por un fator de apantallamiento.

2. El fator de apantallamiento está formado por el producto del área que emite ($A1$) y del área que recibe ($A2$) multiplicado por los cosenos de los ángulos θ_1 y θ_2 que forman la línea que une las placas con respecto a cada una de las normales, dividido entre el cuadrado de la distancia que los separa.

3. Este factor de apantallamiento puede calcularse también cuando los objetos que se irradian no son placas sino que tienen una geometría arbitraria.

4. En ese caso puede hacerse una descomposición infinitesimal de las áreas radiantes en placas de área dA. El factor de apantallamiento, llamado también de forma o de visión, se escribe entonces: $\cos\theta_1 \cos\theta_2 / r_{12}^2 \; dA_1 \; dA_2$

LEY DE LAMBERT

Escribiendo la expresión:

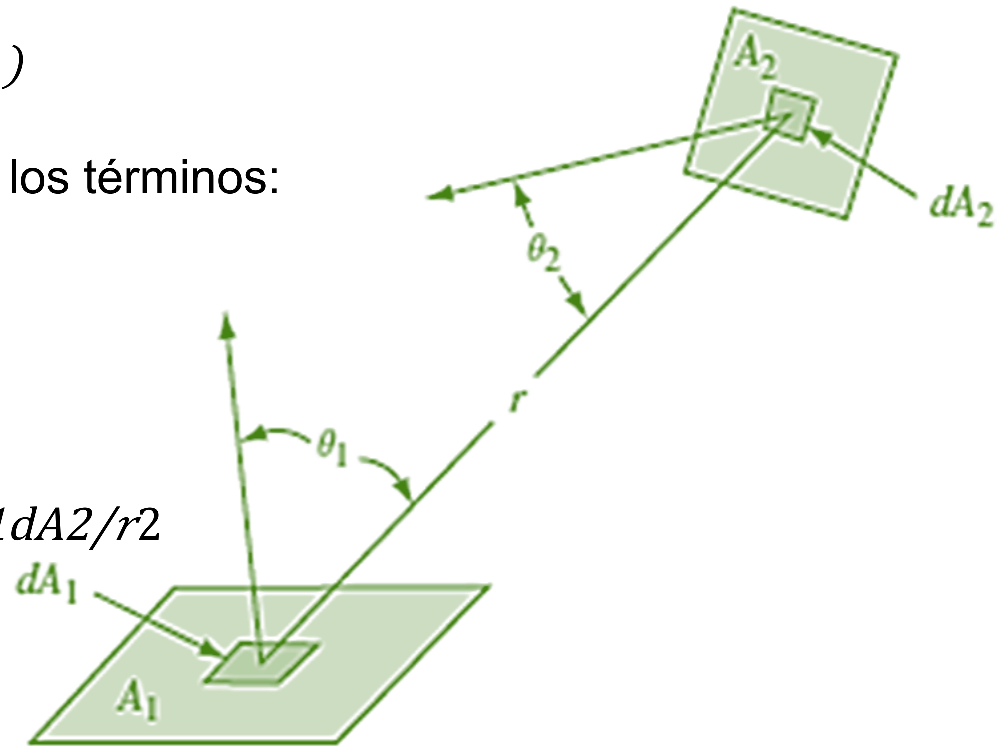
$q_{1\_2} = (I_1 A1\ \mathrm{Cos}\ \theta_1\ )(A2\ Cos\ \theta 2\ /r2\ )$

En forma diferencial y reordenando los términos:

$dq_{1\_2} = I_1 Cos\ \theta 1\ Cos\ \theta 2\ dA1dA2/r2$

Como $I_1 = \sigma T\uparrow 4\ /\pi$

$dq_{1\_2} = \sigma T1\uparrow 4\ /\pi\ \ Cos\ \theta 1\ Cos\ \theta 2\ dA1dA2/r2$



FLUJO ENTRE LOS DOS CUERPOS

Análogamente para la cantidad de energía que alcanza el cuerpo 1 saliendo del 2 podeos escribir:

$$dq_{2\_1} = \sigma T_2^4/\pi \ \cos\theta_1 \cos\theta_2 \, dA_1 dA_2/r^2$$

Y la cantidad neta de energía de radiación intercambiada entre ambos cuerpos es:

$$dq_{12} - dq_{21} = \sigma/\pi \, (T_1^4 - T_2^4) \cos\theta_1 \cos\theta_2 / r_{12}^2 \ dA_1 \, dA_2$$

Integrando sobre las parejas de Áreas A_1 y A_2 que se ven mutuamente:

$$q_{12} = \sigma/\pi \, (T_1^4 - T_2^4) \int \int \cos\theta_1 \cos\theta_2 / r_{12}^2 \ dA_1 \, dA_2$$

FACTORES DE VISIÓN

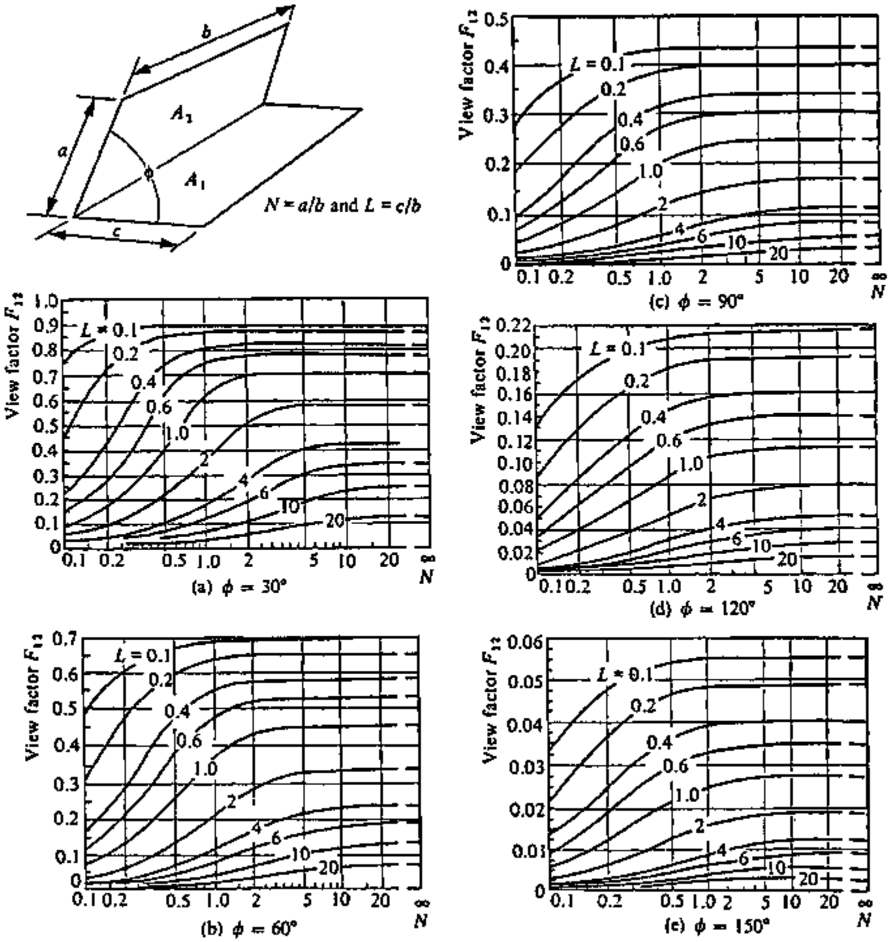
El resultado puede expresarse en términos de las áreas de los cuerpos y de los factores de visión F_{jk} $\quad j, k = 1,2$

$$Q_{12} = A_1 F_{12} \sigma(T_1^4 - T_2^4) = A_2 F_{21} \sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

El factor de visión F_{12} representa la fracción de radiación que sale de A_1 que es interceptada directamente por A_2.

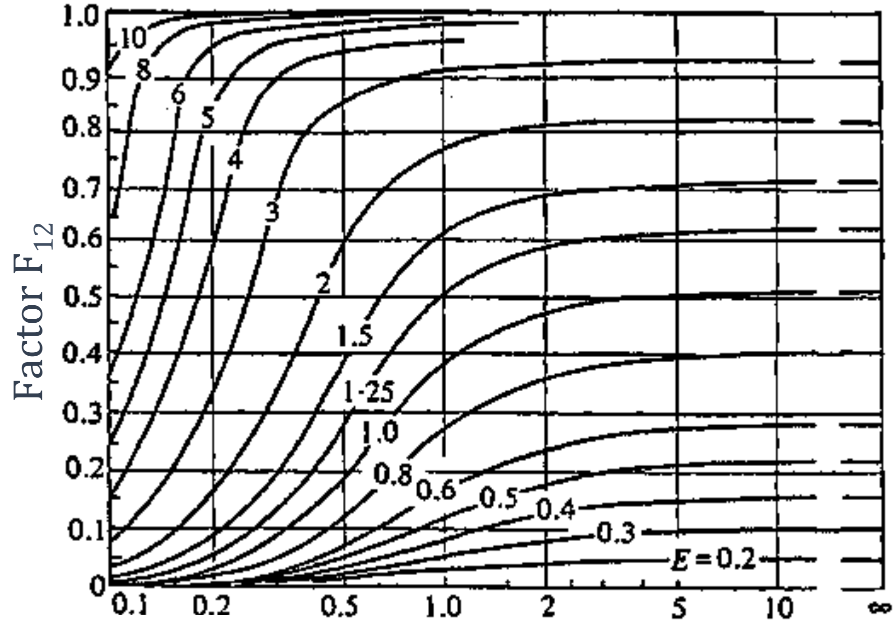
Puede calcularse de la integral en algunos casos simple u obtenerse de gráficas.

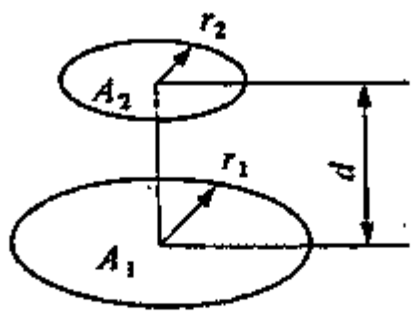
Más detalles: M. JAKOB, Heat Transfer, Wiley, Nueva York (1957). vol. II, capítulo 31.



LEY DE DESPLAZAMIENTO DE WIEN

FACTORES DE VISTRA PARA PLANOS/DISCOS PARALELOS





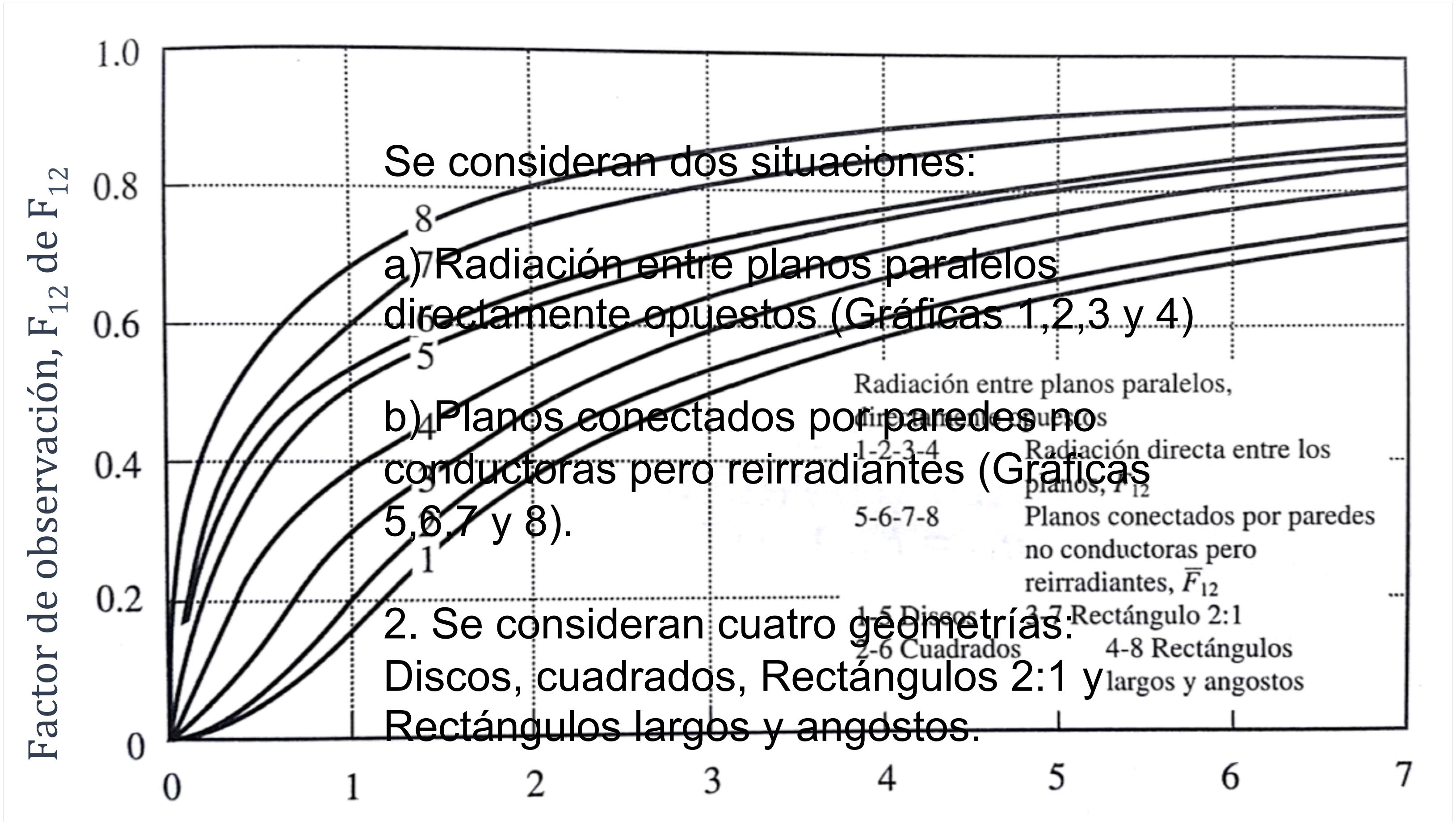
$E = r_2/d$ y $D = d/r_1$

Se consideran dos situaciones:

a) Radiación entre planos paralelos directamente opuestos (Gráficas 1,2,3 y 4)

b) Planos conectados por paredes no conductoras pero reirradiantes (Gráficas 5,6,7 y 8).

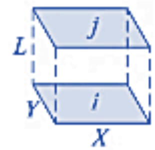
2. Se consideran cuatro geometrías: Discos, cuadrados, Rectángulos 2:1 y Rectángulos largos y angostos.



Relación de *lado o diametro mas pequeño/distancia entre los planos*

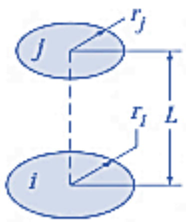
CUERPOS PARALELOS

FÓRMULAS PARA EL CÁLCULO DE LOS FACTORES DE VISIÓN

<table>
<tr><th>Geometría</th><th>Relación</th></tr>
<tr><td>Rectángulos paralelos alineados
</td><td>

$\bar{X} = X/L$ and $\bar{Y} = Y/L$

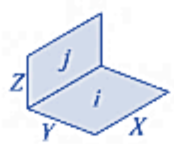
$$\begin{aligned} F_{i\to j} = \frac{2}{\pi \bar{X}\bar{Y}} \Bigg\{ & \ln\left[\frac{(1+\bar{X}^2)(1+\bar{Y}^2)}{1+\bar{X}^2+\bar{Y}^2}\right]^{1/2} \\ & + \bar{X}(1+\bar{Y}^2)^{1/2}\tan^{-1}\frac{\bar{X}}{(1+\bar{Y}^2)^{1/2}} \\ & + \bar{Y}(1+\bar{X}^2)^{1/2}\tan^{-1}\frac{\bar{Y}}{(1+\bar{X}^2)^{1/2}} \\ & - \bar{X}\tan^{-1}\bar{X} - \bar{Y}\tan^{-1}\bar{Y} \Bigg\} \end{aligned}$$

</td></tr>
<tr><td>Discos coaxiales paralelos
</td><td>

$R_i = r_i/L$ and $R_j = r_j/L$

$$S = 1 + \frac{1+R_j^2}{R_i^2}$$

$$F_{i\to j} = \frac{1}{2}\left\{S - \left[S^2 - 4\left(\frac{r_j}{r_i}\right)^2\right]^{1/2}\right\}$$

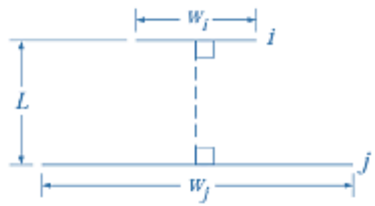
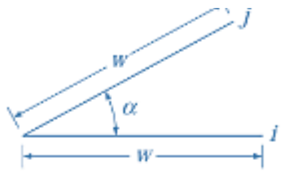
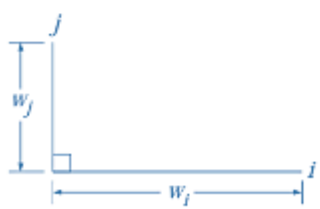
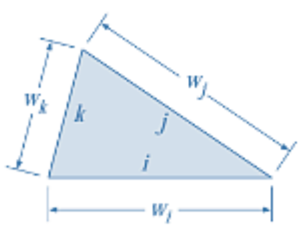
</td></tr>
<tr><td>Rectángulos perpendiculares
Con un lado en común
</td><td>

$H = Z/X$ and $W = Y/X$

$$\begin{aligned} F_{i\to j} = \frac{1}{\pi W}\Bigg(& W\tan^{-1}\frac{1}{W} + H\tan^{-1}\frac{1}{H} \\ & - (H^2+W^2)^{1/2}\tan^{-1}\frac{1}{(H^2+W^2)^{1/2}} \\ & + \frac{1}{4}\ln\Bigg\{\frac{(1+W^2)(1+H^2)}{1+W^2+H^2} \\ & \times \left[\frac{W^2(1+W^2+H^2)}{(1+W^2)(W^2+H^2)}\right]^{W^2} \\ & \times \left[\frac{H^2(1+H^2+W^2)}{(1+H^2)(H^2+W^2)}\right]^{H^2}\Bigg\}\Bigg) \end{aligned}$$

</td></tr>
</table>

FÓRMULAS PARA EL CÁLCULO DE LOS FACTORES DE VISIÓN

<table>
<tr><th>Geometría</th><th>Relación</th></tr>
<tr><td>Platos paralelos con líneas medias conectadas por una línea perpendicular

</td><td>$W_i = w_i/L$ and $W_j = w_j/L$
$$F_{i\rightarrow j} = \frac{[(W_i + W_j)^2 + 4]^{1/2} - [(W_j - W_i)^2 + 4]^{1/2}}{2W_i}$$</td></tr>
<tr><td>Platos inclinados de igual grosor con un lado en común

</td><td>$$F_{i\rightarrow j} = 1 - \sin\frac{1}{2}\alpha$$</td></tr>
<tr><td>Platos perpendiculares con un lado en común

</td><td>$$F_{i\rightarrow j} = \frac{1}{2}\left\{1 + \frac{w_j}{w_i} - \left[1 + \left(\frac{w_j}{w_i}\right)^2\right]^{1/2}\right\}$$</td></tr>
<tr><td>espacio de tres lados

</td><td>$$F_{i\rightarrow j} = \frac{w_i + w_j - w_k}{2w_i}$$</td></tr>
</table>

Un recinto formado por N superficies, requiere el cálculo de N^2 factores de fricción.

Varias relaciones entre los factores de visión pueden utilizarse para simplificar la tarea:

1. Relación de Reciprocidad : $A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$
2. Relación de suma: $\Sigma F_{ij} = 1$

Nota:

Se supone el recinto cerrado por superficies imaginarias con las características de las aberturas.

EJEMPLO

Una esfera de 6 In de diámetro a 80 F se coloca en un horno cúbico de 5 Ft de lado, a una temperatura de 560 F. Suponiéndolos a ambos como cuerpos negros, calcular el flujo neto de calor transferido del horno a la esfera.

Solución:

El flujo neto de calor del horno a la esfera vendrá dado por:

$$Q_{12} = A_1 F_{12} \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$

Como es complicado calcular F_{12} (el factor de visión del horno a la esfera) podemos aprovechar que sabemos que $F_{21} = 1$, pues toda la energía radiada por la esfera es recibida por el horno y usar la relación de reciprocidad para calcularlo: $A_1 F_{12} = A_2 F_{21}$

Despejando y sustituyendo:

$$F_{12} = \frac{A_2}{A_1} F_{2\text{-}1}$$

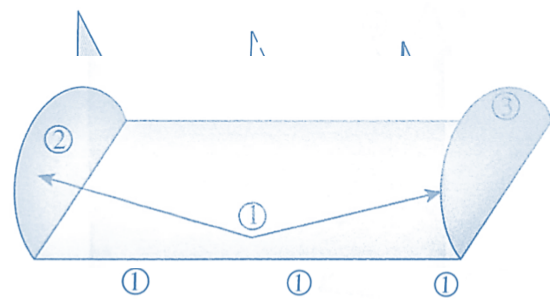
$$= \frac{4\pi (3/12)^2}{6[5\times 5]}(1) = 5.24\times 10^{-3}$$

$$q_{12} = A_1 F_{12}\, \sigma\, (T_1^4 - T_2^4)$$

$$= 6[5\times 5] \times 5.24\times 10^{-3} \times 0.1714\times 10^{-8}\left((1020)^4 - (540)^4\right)$$

3. Superposición: El factor de visión de la superficie i sobre la superficie j es igual a la suma del factor de visión de la superficie i sobre las partes de la superficie j

4. Simetría: dos o más superficies que posee la simetría con respecto a una tercera superficie, tendrán idéntico factor de visión con respecto a esa superficie.



$$F_{1\to 2}=F_{1\to 3}$$

$$F_{1\to(2,3)}=F_{1\to 2}+F_{1\to 3}$$

$$(\text{Así que, } F_{2\to 1}=F_{3\to 1})$$

RECOMENDACIONES